# Meereswissenschaftliche Berichte MARINE SCIENCE REPORTS

No. 22

Experimentelle Simulationen windangeregter dynamischer Muster in hochauflösenden numerischen Modellen

von

Helma Lindow

Institut für Ostseeforschung Warnemünde 1997 Die vorliegende Arbeit ist die inhaltlich unveränderte Fassung einer Dissertation, die am Institut für Ostseeforschung Warnemünde angefertigt und im März 1997 von der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät der Universität Rostock angenommen wurde.

Diese Arbeit wurde mit Mitteln des IOW als Hausprojekt finanziert.

Die Verantwortung für den Inhalt dieser Veröffentlichung liegt beim Autor.

# Inhalt

Zι	ısam	menfa	ssung	1		
Sı	ımma	ary		2		
1	Einführung					
	1.1	Zu die	ser Arbeit	3		
	1.2	Zur D	ynamik der Ostsee	5		
		1.2.1	Küstenstrahlstrom und Kelvinwellen	7		
		1.2.2	Trägheitsschwingungen und Trägheitswellen	9		
		1.2.3	Messungen und Beobachtungen	10		
	1.3	Zur nu	ımerischen Modellierung	12		
		1.3.1	Diskussion verschiedener Modelltypen	12		
		1.3.2	Einfluß der Anordung der Variablen in der horizontalen Ebene	13		
2	Das		rische Modell	18		
	2.1	Die M	odellkonfiguration	21		
	2.2	Besch	reibung experimenteller Simulationen von Strömungen,			
		Tempe	eratur- und Salzgehaltsverteilung	22		
		2.2.1	Windantrieb über dem gesamten Modellgebiet	22		
		2.2.2	Windantrieb über der westlichen Hälfte des Modellbeckens	24		
3	Die	e Bede	utung der vertikalen Austauschkoeffizienten	28		
4	Но	rizont	alskala und Fortpflanzungsgeschwindigkeit			
	küs	tennah	er Prozesse	31		
	4.1	Der E	influß der Gitterweite auf die Phasengeschwindigkeit einer			
		Kelvin	welle	34		
	4.2	Der E	influß der Austauschkoeffizienten auf den Rossby-Radius im			
		Model	1	36		
	4.3	Der E	influß der Austauschkoeffizienten auf die Phasengeschwindigkeit von			
		Kelvin	wellen	41		
5	Die	e Bede	eutung von Dichteschichtung und Küstenkonturen für die Ei-			
	gen	schafte	en von Kelvinwellen	45		

	5.1	Wech	selwirkung zwischen Schichtung und Fortpflanzungsgeschwindigkeit		45
		5.1.1	Die zeitliche Entwicklung der Brunt-Väisälä-Frequenz		46
		5.1.2	Die zeitliche Entwicklung der Phasengeschwindigkeit		51
	5.2	Der E	influß von Küstenkonturen und Topographie auf die küstennahe Dy-		
		namik	,		54
6	De	er Salzg	gehaltsaustausch zwischen zwei Wasserkörpern	(	60
	6.1	Salzge	haltsaustausch zwischen Boden- und Oberflächenwasser $\dots \dots$		60
		6.1.1	Beckenweite Effekte		62
		6.1.2	Lokale Effekte		66
	6.2	Model	le mit zwei verschiedenen Wasserkörpern		74
		6.2.1	Die zeitliche Entwicklung von Strömung und Salzgehaltsfront $\dots$	•	76
7	Was	sserma	ssenausbreitung	8	82
	7.1	Die Ve	erteilung des Oberflächenwassers	. ;	82
	7.2	Die A	ısbreitung bodennaher Wassermassen	. 8	86
8	Trä	gheitsc	hwingungen und Trägheitswellen	ę	91
	8.1	Model	läufe mit unterschiedlichen Schichtungsverhältnissen und vertikalen		
		Austa	ıschansätzen	. 9	95
9	Zus	ammei	nfassung und Ausblick	10	02
Da	anksa	agung		10	05
$\mathbf{A}_{1}$	nhan	<b>g</b>			
		•			
A				10	07
В	Lös	ung de	r linearisierten Boussinesq-Gleichungen bei Berücksichtigu	ng	
	vert	tikaler	Reibung	11	14
Li	terat	ur		12	27

# Zusammenfassung

In Arbeit wird untersucht, inwieweit das für globale Fragestellungen (O(1000 km)) konzipierte GFDL-Zirkulationsmodell geeignet ist, mesoskalige Phänomene (O(10 km)) in Randmeeren wie der Ostsee zu simulieren. Die Dynamik der Ostsee ist vorwiegend vom Wind und Luftdruck (typische Zeitskala 3-5 Tage) angetrieben. Die typische räumliche Skala der vom Wind an den Küsten angeregten Prozesse wie Kelvinwellen, Küstenstrahlströme, Auftriebsgebiete usw. ist der Rossby-Radius (in der Ostsee 2-7 km). Untersucht wird, ob das numerische Modell in der Lage ist, diese Prozesse in ihrer räumlichen und zeitlichen Entwicklung korrekt wiederzugeben. Der Einfluß verschiedener Modellparameter, wie zum Beispiel horizontaler Gitterpunktabstand oder Formulierung von Austauschprozessen, auf die Modellergebnisse wird untersucht. Aufgrund der starken Variabilität der vom Wind angeregten Prozesse ist der Vergleich der Modellergebnisse mit Messungen nur bedingt möglich. Daher werden Modellresultate mit den Ergebnissen analytischer Berechnungen verglichen. Dadurch kann gezeigt werden, daß die Formulierung der Modellgleichungen und die Anordnung der Variablen auf dem 3-dimensionalen Modellgitter die charakteristischen Prozesse gut abbilden, wenn der horizontale Gitterpunktabstand weniger als 1/3 des lokalen Rossby-Radius beträgt. In verschiedenen Modelläufen werden durch geeignete Windfelder küstennahen Prozesse angeregt. Ihre Charakteristika (wie räumliche Skala und Laufzeit von Wellen) entsprechen den Ergebnissen der analytischen Theorie. Ihre zeitliche und räumliche Entwicklung entspricht qualitativ den vorliegenden Beobachtungen. Die Ergebnisse dieser Arbeit zeigen, daß das gewählte, für globale Fragen konzipierte, Modell ein passendes Werkzeug für lokale Studien mesoskaliger Prozesse ist.

# Summary

The GFDL-MOM, being designed for global scale modelling ( $\mathcal{O}(1000 \text{ km})$ ), is tested for its ability to simulate mesoscale phenomena ( $\mathcal{O}(10 \text{ km})$ ) in shelf seas like the Baltic. The dynamics of the Baltic are mainly forced by wind and air pressure, typical time scales are 3-5 days. The typical spatial scale of wind forced processes like Kelvin waves, coastal jets, coastal upwelling and so on is the 1st baroclinic Rossby radius (in the Baltic 2-7 km). It will be examined if the numerical model is able to describe these processes with their correct spatial and temporal behavior. The influence of different parameters of the model as for example horizontal gridpoint distance or the parameterisation of mixing processes on the model results are examined. The high variability of the windinduced processes makes it difficult to compare model results and measurements. Thats why model results are compared with analytical calculations. It can be shown by this comparision that the model gives a good description of the characteristic processes if the horizontal grid spacing is less then 1/3 of the local 1st baroclinic Rossby-Radius. In different model runs coastal processes are stimulated by suitable wind fields. Their characteristics (like spatial scale and progression velocity) agree with the results from analytical theory. Their temporal and spacial evolution agree with given measurements. The results of this article show that the chosen, for global questions designed model, is an appropriate tool for local studies of mesoscale processes.

# 1 Einführung

#### 1.1 Zu dieser Arbeit

Die Kombination von räumlicher und zeitlicher Erfassung verschiedener Phänomene ist in Nebenmeeren wie der Ostsee von besonderer Bedeutung, da deren Dynamik hohen Fluktuationen unterliegt (siehe Kapitel 1.2). Da kaum mittlere Strömungen existieren, sind auch die für die Ostsee bedeutsamen Phänomene wie der Wassermassenaustausch mit der Nordsee und die Bildung des Brackwassers Resultate der hohen Variabilität. Da alleine mit Messungen diese Prozesse in ihrer räumlichen und zeitlichen Ausdehnung nicht zu erfassen sind (siehe 1.2.3) und da analytische Theorien nur für stark vereinfachte Modellsysteme durchführbar sind, stellt die numerische Modellierung der Meereszirkulation eine wichtige Aufgabe auf dem Gebiet der Randmeerforschung dar.

Hochauflösende Modelle ermöglichen die Beschreibung mesoskaliger dynamischer Prozesse. Es stehen verschiedene Modelltypen, basierend auf den Primitiven Gleichungen und finiten Differenzen, zur Verfügung. Diese müssen dem jeweiligen Meeresgebiet angepaßt werden. Die Modelle unterscheiden sich vorwiegend durch die Darstellung der vertikalen Koordinate und durch die Gitterstruktur. Daraus ergeben sich für alle Modelltypen (z-, σ-, isopyknische Koordinaten) Vor- und Nachteile hinsichtlich der Simulationsfähigkeit (siehe Kapitel 1.3.1), die für die Modellierung der Ostsee von Belang sind. Ein z-Koordinaten Modell stellt eine "natürliche" Wahl dar, da seine vertikale Diskretisierung entlang von Geopotentialflächen erfolgt, woran sich auch die Dichteschichtung im Ozean wesentlich orientiert. Das in dieser Hinsicht konkurrierende isopyknische Modell erfordert einen erhöhten Rechenzeitaufwand. Die Modellierung der Ostsee erfolgte bisher vorwiegend mit z-Koordinaten Modellen mit unterschiedlicher horizontaler Gitterstruktur (zum Beispiel SIMONS 1976, KIELMANN 1981). Auf der Basis des GFDL-Modells (die in dieser Arbeit verwendeten Abkürzungen werden in Anhang A erläutert) beruhen verschiedene Untersuchungen in Kiel (LEHMANN 1992) und Warnemünde (SEIFERT 1994). Die Modelle erzeugen eine Vielzahl mesoskaliger Strukturen. Das hochauflösende (horizontaler Gitterpunktabstand 2 km, 25 Schichten) Warnemünder Modell (WOM) ermöglicht zum Beispiel die Simulation beobachteter Auftriebsereignisse, die als Folge von Kelvinwellen interpretiert werden können (FENNEL und SEIFERT 1995). Einige Autoren verwenden für ihre Untersuchungen auch  $\sigma$ -Koordinaten Modelle (siehe u. a. Ambjörn 1992).

Diese Arbeit soll die Frage untersuchen, in wieweit das GFDL-Modell Prozesse, die für die Zirkulation der Ostsee von Bedeutung sind, darstellen kann. Beziehungsweise, allgemeiner formuliert, ist das für den Weltozean entwickelte Modell auch für Rand- und Schelfmeere geeignet? In diesem Zusammenhang wird untersucht, ob frühere Erkenntnisse über Nachteile der hier verwendeten B-Gitter Diskretisierung (MESINGER und ARAKAWA 1976) hinsichtlich der Dispersionseigenschaften von Wellen unter den Verhältnissen der Ostsee zum Tragen kommen. Dieser eher an numerischen Problemen orientierte Fragenkomplex wird in dieser Arbeit durch eine verwandte Problematik ergänzt:

Es ist schwierig, die Ergebnisse numerischer Modellierung durch Beobachtungen zu überprüfen. Dies gilt besonders für Prozesse mit hoher zeitlicher und räumlicher Variabilität. Auf der einen Seite liefern Beobachtungen in der Regel ein entweder zeitlich oder räumlich nicht ausreichend aufgelöstes Bild. Auf der anderen Seite werden die Modellergebnisse durch vereinfachende Beschreibungen physikalischer Prozesse, wie beispielsweise der Übertragung von Impuls und Wärme zwischen Atmosphäre und Ozean, und durch numerische Effekte beeinflußt.

Eine Möglichkeit, diese Probleme der Numerik und der Verifizierbarkeit zu behandeln, ist die Zuhilfenahme analytischer Theorien. Die analytische Theorie untersucht im allgemeinen mit Hilfe vereinfachter Gleichungen das Verhalten eines "Ozeans" mit stark idealisierter Topographie. Um das Modellverhalten mit so gewonnen Ergebnissen vergleichen zu können müssen auch Geometrie und äußerer Antrieb für das numerische Modell entsprechend vereinfacht werden, so daß eine nahezu lineares Verhalten ermöglicht wird. Derartige Vergleiche erlauben die Bewertung numerischer Modellresultate. Es können Mechanismen klar separiert werden, die in realistischeren numerischen Modellen (zum Beispiel in einem Ostseemodell mit hochaufgelöster Topographie und aus Messungen interpolierten Antriebsfeldern) wegen der erhöhten Komplexität nicht erkennbar sind. In Parameter-Sensitivitätsstudien können zuverlässige Bereiche identifiziert werden. So gewonnene Erkenntnisse können häufig auf realistische Modelle übertragen werden, da beide numerischen Modelle (idealisiert und realistisch) identische numerische Formulierungen aufweisen. Eine Hierarchie von Modellen – analytisch ightarrow idealisiert numerisch ightarrow realistisch numerisch – kann also Informationen über die Vertrauenswürdigkeit numerischer Modelle liefern.

In dieser Arbeit liegt der Schwerpunkt der vergleichenden Untersuchung auf der Darstellung küstennaher Anpassungsprozesse als Reaktion auf Änderungen des Windfeldes. Die zum Vergleich herangezogene Theorie wird ausführlich in dem Buch von FENNEL und LASS 1989 dargestellt. Ergänzend liefert diese Arbeit die Lösung der linearisierten Boussinesg-Gleichungen bei Berücksichtigung von Reibung (im Anhang B). Die Bedeutung der (vertikalen) Reibung in numerischen Modellen wird in Kapitel 3 erläutert. Die analytische Theorie zeigt, daß Kelvinwellen eine wesentliche Rolle in der mesoskaligen küstennahen Dynamik spielen. Die Darstellung dieser Wellen im numerischen Modell, insbesondere ihre küstennormale Ausdehnung und Fortpflanzungsgeschwindigkeit in Abhängigkeit von verschiedenen Modellparametern, wird in Kapitel 4 untersucht. Dabei wird eine Modellkonfiguration genutzt, bei der die Kelvinwellen durch Wind über einem Teil des Modellbeckens angeregt werden und sich im anderen Teil ungestört durch äußere Einflüsse ausbreiten können. In dem folgenden Kapitel 5 wird die Wechselwirkung zwischen den Kelvinwellen und den durch direkte Windeinwirkung entstehenden Auftriebsgebieten (beziehungsweise Regionen, in denen sich die Deckschicht vertieft) behandelt. Ein Abschnitt dieses Kapitels befaßt sich mit den Einflüssen von Küstenkonturen und Topographie auf das Verhalten der Wellen. Die anschließenden Kapitel 6 und 7 liefern eine Abschätzung der Bedeutung mesoskaliger Prozesse für die Vermischung von salzarmem Deckschichtwasser und salzreichem Bodenwasser im Modell. Außerdem wird in Kapitel 6 die Auflösung von horizontalen Dichteunterschieden (Salzgehaltsfront) betrachtet. Im Kapitel 8 wird das Verhalten von Trägheitswellen untersucht.

#### 1.2 Zur Dynamik der Ostsee

Die Ostsee ist ein fast vollständig abgeschlossenes Randmeer, das nur über schmale Zugänge – Beltsee, Kattegat und Skagerrak – Verbindung mit der Nordsee und den Weltmeeren hat. Sie besteht aus einer Vielzahl durch niedrige Schwellen voneinander getrennter Bekken mit einer mittleren Tiefe von 55 m. Die Satteltiefen der Schwellen zum Kattegat betragen maximal 26 m (im großen Belt, s. Abb. 1.1), der Übergang zur zentralen Ostsee weist Satteltiefen von 7 m (Drogden Schwelle) beziehungsweise 18 m (Darßer Schwelle) auf. Die Schwellen bestimmen maßgeblich den Wasserhaushalt der Ostsee (siehe Magaard und Rheinheimer 1974). Der Charakter eines humiden Nebenmeeres ergibt sich aus dem Überschuß aus Süßwasserzufluß und Niederschlag gegenüber der Verdunstung. Daher existiert, neben einer saisonalen Temperatursprungschicht, typischerweise

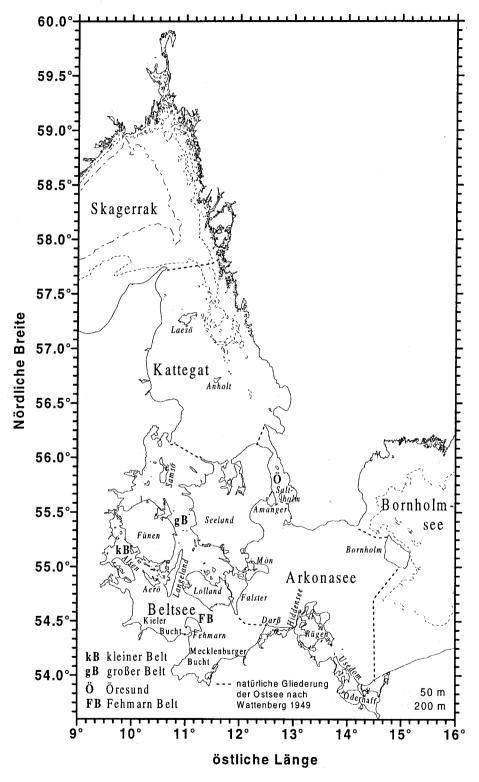


Abbildung 1.1: Das Übergangsgebiet zwischen Nord- und Ostsee.

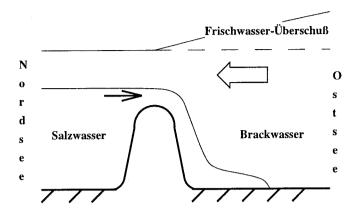


Abbildung 1.2: Skizze der Wassermassen und der mittleren Strömung zwischen Nord- und Ostsee.

eine permanente Salzgehaltssprungschicht. Der Überschuß an Süßwasser begründet einen beckenweiten barotropen Druckgradienten, der einen Ausstrom von salzarmem Wasser erzwingt (Abb. 1.2). Ein massiver bodennaher Einstrom von salzreichem Wasser über die Schwellen erfolgt nur bei extremen Windlagen (MATTHÄUS und SCHINKE 1994). Der oberflächennahe salzarme Ausstrom ist als permanentes Stromband im Kattegat vor der schwedischen Westküste erkennbar. Er stellt als Baltischer Strom die einzige dauerhafte Strömung dar, die durch die Dynamik der Ostsee bedingt ist. Alle anderen Strömungen sind mesoskaliger Natur und zeitlich hoch variabel. Sie werden hervorgerufen durch Wind und Luftdruckschwankungen und äußern sich als Eddies, küstennahe Auftriebsgebiete und Strahlströme mit Zeitskalen von einer Stunde bis zu einigen Tagen. Der die räumliche Skala küstennaher Phänomene beschreibende ersten baroklinen Rossby-Radius beträgt in der Ostsee etwa 2-7 km (FENNEL et al. 1991). Mesoskalige Prozesse spielen auch im Übergangsgebiet an den Ostseeeingängen eine Rolle: Gemeinsam mit der vertikalen Vermischung bestimmen sie die Eigenschaften der Wassermassen, die ausgetauscht werden. Im folgenden werden einige der angesprochenen mesoskaligen Prozesse beschrieben. Dies dient einem besseren Verständnis von Modellexperimenten späterer Kapitel, die sich mit diesen Phänomenen befassen.

#### 1.2.1 Küstenstrahlstrom und Kelvinwellen

Ein Küstenstrahlstrom kann durch küstenparallelen Wind angeregt werden. An der Oberfläche entsteht in einem Streifen von der Breite des ersten baroklinen Rossby-Radius eine Strömung. Der damit verknüpfte Ekmantransport senkrecht zur Küste führt je nach Windrichtung zu Auftrieb oder Absinken von Wasser an der Küste. Strahlströme können auch durch einen baroklinen Druckgradienten erzeugt werden, wie er beispielsweise in der westlichen Ostsee durch den Wasserüberschuß der Ostsee existiert (Abb. 1.2). Die durch den Druckgradienten auftretenden Strahlströme haben ihr Maximum in größerer Tiefe. Auch hier kommt es zu Auftrieb beziehungsweise absinkendem Wasser. In diesem Beispiel wird durch den Druckgradient der winderzeugte Auftrieb im Fall des Ostwindes verstärkt, bei Westwind hingegen abgeschwächt. Dieser Fall wird hier nicht genauer untersucht.

Kelvinwellen gehören zur Kategorie der Randwellen. Auf der Nordhalbkugel breiten sich Kelvinwellen mit der Küste zur Rechten aus. Ein sich parallel zur Küste bewegendes Wasserteilchen wird durch die Corioliskraft nach rechts abgelenkt. Diese Bewegung des Teilchens wird durch die Küste behindert. Dort staut sich das Wasser und ein horizontaler Druckgradient baut sich auf. Eine Kelvinwelle ist also eine Schwerewelle, bei der senkrecht zur Ausbreitungsrichtung ein Gleichgewicht zwischen Druckgradientkraft und Corioliskraft besteht. Daher verringert sich auch die Amplitude der Welle mit zunehmendem Abstand von der Küste, und zwar exponentiell mit einem Faktor  $\left(-\frac{\text{K\"{u}}\text{stenentfernung}}{\text{Rossby-Radius}}\right)$ . lel zur Küste breiten sich Kelvinwellen häufig wie eine "Sprungfunktion" aus. Dieses stufenförmige Signal kann als spektrale Überlagerung sinusförmiger Wellen aufgefaßt werden. Kelvinwellen können dort angeregt werden, wo es zu abrupten räumlichen Änderungen in der küstenparallele Komponente des Windes kommt. Ein Beispiel für die Bedeutung von Kelvinwellen in der Ostsee beschreiben FENNEL und SEIFERT 1995. An einem scharfen Richtungswechsel in der Küstenlinie können Kelvinwellen angeregt werden. Diese stoppen die Beschleunigung des windangeregten Küstenstrahlstroms. Zusätzlich führen die Wellen das an ihrem Entstehungsort existierende Strömungssignal mit sich. Daher kann in einem Gebiet in dem ursprünglich Auftrieb herrscht, trotz unveränderter Winde nach einiger Zeit der Auftrieb aufhören. Nimmt der Wind mit der Zeit ab, kann es sogar zu Absinken von Oberflächenwasser kommen, obwohl der Ekmantransport Auftrieb erzeugen würde. Die Autoren beschreiben das Auftreten eines solchen Ereignisses während einer Meßkampagne in der Mecklenburger Bucht (WEKOS89). Im Modell werden Kelvinwellen in den Ecken des Modellbeckens oder an einer "Windkante" angeregt.

### 1.2.2 Trägheitsschwingungen und Trägheitswellen

Von Trägheitsschwingungen spricht man, wenn sich die Wasserteilchen in horizontaler Ebene mit einer Rotationsperiode von einem halben Pendeltag (ca. 14 h in der Ostsee) auf kreisförmigen Bahnen bewegen. Ihr Pfad wird durch ein Gleichgewicht zwischen Corioliskraft und Zentripetalkraft bestimmt. Trägheitsschwingungen werden in der Natur beispielsweise beim Durchgang einer meteorologischen Front ausgelöst, wenn der Wind zunächst aus einer Richtung kommt und dann in die entgegengesetzte umschlägt. Die erste Beobachtung von Trägheitsschwingungen wurde von Gustavson und Kullenberg 1936 in der Ostsee gemacht. Aus Strömungsmesserdaten aus 14 Metern Tiefe (oberhalb der Pyknokline) erstellten sie ein progressives Vektordiagram. Darin erkennt man eine antizyklonale Bewegung der Wasserteilchen, die von einer langsamen Drift von Westen nach Norden überlagert ist. Die Abweichung der Rotationsperiode von der Trägheitsperiode ( $\tau_f = 2\pi/f$ ) beträgt nur etwa 1%. Ob es sich bei ihren Beobachtungen tatsächlich um Trägheitsschwingungen und nicht um Trägheitswellen handelt, läßt sich aus einer solchen Darstellung allerdings nicht herleiten. Dazu sind zusätzliche Informationen erforderlich, beispielsweise über Vertikalauslenkungen der Thermokline.

Trägheitsschwingungen stehen in einem gewissen Zusammenhang mit Trägheitswellen. Trägheitswellen sind dispersiv, d. h., sie haben variable Wellenlängen und Perioden (in der Nähe von  $\tau_f$ ). Trägheitswellen umfassen die gesamte Wassersäule und sind mit Vertikalbewegungen verbunden. Ihre Vertikalstruktur ist im wesentlichen durch die vertikale Dichteverteilung bestimmt.

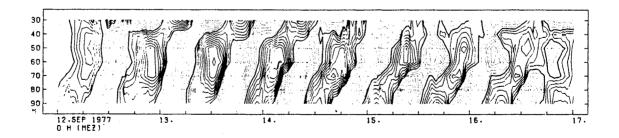


Abbildung 1.3: Zeitreihe der zonalen Strömungskomponente (··· nach W, — nach O) an einer Position im südlichen Gotlandbecken zwischen 12. und 17. September 1977. Strömungsmesser ab 30 m Tiefe (Thermokline) in 10 m Abständen bis kurz über dem Boden. Linienabstand 5 cm/s. Abb. aus einer Arbeit von KRAUSS 1981 (dort Abb. 10a).

Die Beobachtung von Trägheitswellen in der Ostsee wird unter anderem in KRAUSS 1981 dargestellt. Die Abb. 1.3 zeigt eine Zeitreihe der von ihm gemessenen Vertikalverteilung der zonalen Geschwindigkeitskomponente. Im Modell ist das Signal von Trägheitswellen aufgrund der Konfiguration des Modellbeckens und der Windanregung in größerer Entfernung von der Küste besonders ausgeprägt.

### 1.2.3 Messungen und Beobachtungen

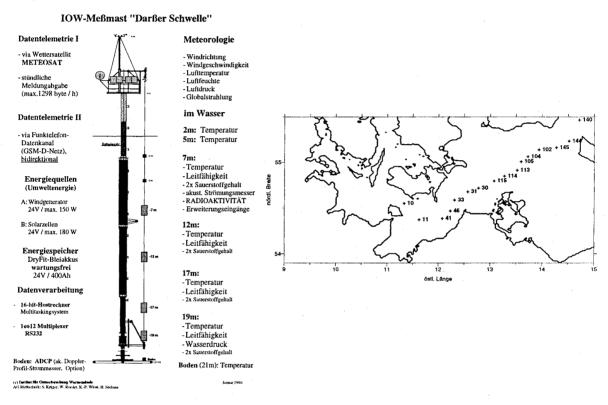


Abb. 1.4 Abb. 1.5

Abbildung 1.4: Aufbau des Meßmastes auf der Darßer Schwelle.

Abbildung 1.5: Lage der Stationen auf einer Terminfahrt vom 02.08.–13.08.1994, für die die gemessene Salzgehaltsverteilung in Abb. 1.6 dargestellt ist.

Die oben aufgeführten, in der Regel kurzlebigen, mesoskaligen Prozesse lassen sich kaum flächendeckend erfassen. Erst in jüngerer Zeit bietet die Satellitenozeanographie die Möglichkeit, zum Beispiel die oberflächennahe Temperatur (SST) oder die Ausbreitung von Algenblüten großräumig in kurzen Zeitabständen zu erfassen.

Zusätzlich werden lokal, durch Küstenpegel und verankerte Meßstationen, Daten über lange Zeiträume hinweg erfaßt. Die Daten umfassen Windrichtung und -stärke, Tempera-

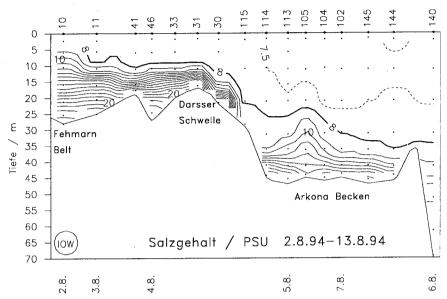


Abbildung 1.6: Salzgehaltsverteilung während einer Terminfahrt (02.08.–13.08.1994) auf einem Schnitt vom Fehmarnbelt nach Bornholm (s. Abb. 1.5). Das Konturintervall ist 1 psu für S>8 psu und 0.5 psu für S<8 psu.

tur, Salzgehalt und Strömung in verschiedenen Tiefen. Ein Beispiel für eine solche Station ist der Meßmast auf der Darßer Schwelle (KRÜGER et al. 1995, Abb. 1.4).

Ergänzend werden schiffsgebundene Kampagnen durchgeführt, die während einer relativ kurzen Zeitspanne regional ein Meßnetz ermöglichen. Die Abbildungen 1.5 und 1.6 zeigen hierfür ein Beispiel. Die Salzgehaltsverteilung entlang eines Schnitts durch Fehmarnbelt. Mecklenburger Bucht und Arkonabecken (zur Lage des Schnitts siehe Abb. 1.5) ist in Abb. 1.6 dargestellt. Man erkennt deutlich, wie das über die Darßer Schwelle strömende salzreiche Wasser sich am Boden des Arkonabeckens ausbreitet.

Diese Beobachtungen unterstreichen die Bedeutung der mesoskaligen Prozesse, die in ihrem Zusammenwirken Wassermasseneigenschaften und Zirkulation der Ostsee bestimmen. Ein Verständnis und eine Beschreibung des Gesamtzusammenhangs kann nur mit Hilfe hochauflösender numerischer Modellierung erfolgen. Deshalb müssen die Modelle verifiziert werden. Diese Arbeit leistet einen Anteil daran, indem einzelne Prozesse mit analytischen Theorien verglichen werden.

## 1.3 Zur numerischen Modellierung

#### 1.3.1 Diskussion verschiedener Modelltypen

Die Zirkulationsmodelle, die in der Ostsee zur Anwendung kommen, basieren weitestgehend auf den Primitiven Gleichungen und sind mit finiten Differenzen in einem Kugelkoordinatensystem realisiert. Die Modelle unterscheiden sich durch ihre horizontale Gitterstruktur und die vertikale Koordinate.

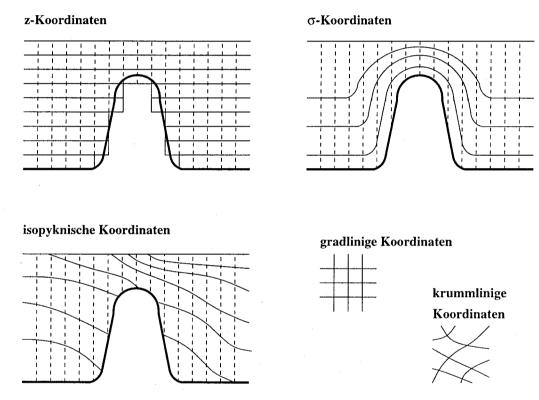


Abbildung 1.7: Skizzen verschiedener Koordinatensysteme.

Folgende vertikale Koordinaten (s. a. Abb. 1.7) werden häufig in numerischen Modellen der ozeanischen Zirkulation verwendet:

- z-Koordinaten; Die Modellschichten werden durch Geopotentialflächen voneinander abgegrenzt ("level"-Modell). Ein Vorteil besteht in der Einfachheit und Übersichtlichkeit der Formulierung der Gleichungen. Ein Nachteil liegt in der stufenförmigen Darstellung der Topographie, die zu einem falschen Energiefluß von den barotropen zu den baroklinen Bewegungskomponenten führen kann und außerdem einen bodennahen Tracertransport erschwert (BECKMANN et al. 1996).

Die prominentesten Vertreter dieses Modelltyps sind die verschiedenen Versionen des

GFDL-Modells (BRYAN 1969, SEMTNER 1974, Cox 1984, KILLWORTH et al. 1989 "free surface", PACANOWSKY et al. 1991 Modular Ocean Model).

- σ-Koordinaten; Eine mit der Wassertiefe normierte Aufteilung der Wassersäule. Ihr Vorteil liegt in der besseren Beschreibung von bodennahen Strömungen oder Materialtransporten über Schwellen und entlang von Hängen. Der Nachteil besteht in einem systematischen Fehler in der Berechnung des Druckgradienten, der mit dem topographischen Gradienten zunimmt.
  - Diese Form der vertikalen Koordinate wird zum Beispiel im SPEM (Spectral, Primitive Equation Model; Hedström 1990, Haidvogel et al. 1991) oder im POM (Princeton Ocean Model; Blumberg und Mellor 1978, Mellor 1993) verwendet.
- isopyknische Koordinaten, bei denen die Schichtgrenze von Flächen gleicher potentieller Dichte gebildet werden. Ihr Hauptnachteil besteht in dem verhältnismäßig großen Rechenaufwand, der sich durch die ständige Neuberechnung der veränderlichen Lage der Isopyknen ergibt.

Ein Beispiel für diesen Modelltyp ist das MICOM (<u>M</u>iami <u>I</u>sopycnal <u>CO</u>ordinate Model; BLECK und BOUDRA 1986, BLECK et al. 1992).

Krummlinige, den Küstenverlauf folgende, horizontale Koordinaten stehen im POM und im SPEM zur Verfügung. Die numerische Realisierung der hier beschriebenen Modelltypen wird entweder auf dem B-Gitter (z. B. GFDL-Modell) oder dem C-Gitter (z. B. POM) durchgeführt (siehe Abb. 1.8, MESINGER und ARAKAWA 1976). Alle Modelle, die hier als Beispiel aufgeführt sind, sind frei verfügbar und weit verbreitet.

Das in dieser Arbeit verwendete GFDL-Modell wurde ursprünglich für globale Fragestellungen konzipiert. Es ist auf dem B-Gitter realisiert, da auf diesem bei großen Gitterpunktabständen die Ausbreitung langer Schwerewellen besser simuliert werden kann (MESINGER und ARAKAWA 1976, WAJSOWICZ 1986).

#### 1.3.2 Einfluß der Anordung der Variablen in der horizontalen Ebene

Bei MESINGER und ARAKAWA 1976 werden verschiedene Gittertypen für die Berechnung finiter Differenzen zusammengefaßt und die Eigenschaften dieser Gitter bezüglich der Darstellung von Phasengeschwindigkeit und Frequenz von Schwerewellen untersucht. Die Untersuchungen umfassen die Ausbreitung von ein- und zweidimensionalen Wellen für

insgesamt fünf verschiedene Gittertypen. Sie zeigen, daß akzeptable Ergebnisse nur für zwei der untersuchten Gitter, das B-Gitter und das C-Gitter (s. Abb. 1.8), zu erwarten sind. Ist die Auflösung (Abstand zwischen zwei Gitterpunkten) gegenüber dem Rossby-Radius (Fortpflanzungsgeschwindigkeit) hoch, so liefert ein Modell mit C-Gitter bessere Coriolisparameter Ergebnisse. Bei einem schlechten Verhältnis von Auflösung zu Rossby-Radius verhalten sich die Wellen im B-Gitter besser. Der Grund hierfür liegt darin, daß die Charakteristika der Wellen im B-Gitter relativ unabhängig von der Auflösung sind, während sie sich im C-Gitter in Abhängigkeit von der Auflösung ändern (WAJSOWICZ 1986, ihre Abb. 1). Somit stellt sich die Frage, ob das in dieser Arbeit verwendete GFDL-Modell (MOM), das ursprünglich für globale Fragestellungen (also schlechte Auflösung) konzipiert wurde (B-Gitter), für die Untersuchung kleinskaliger Prozesse in Randmeeren geeignet ist. In diesem Bereich spielt die Anpassung der Strömung an wechselnde Windverhältnisse eine große Rolle. Ein stabiler Endzustand, wie bei der Modellierung großskaliger Zirkulationsmuster, wird nicht angestrebt. Die Anpassung an den Wind erfolgt, wie es auch in der Anfangsphase großskaliger Modelle zu beobachten ist, durch Trägheitsschwingungen und die Ausbreitung von Kelvinwellen entlang der Küsten. Daher ist die Modifikation dieser Wellen durch die Behandlung im numerischen Modell ein gutes Maß für die Eignung des Modells zur Beschreibung der oben genannten Prozesse.

Eine ausführliche Untersuchung der Eigenschaften von Kelvinwellen führt Wajsowicz (verschiedene Artikel mit und ohne Koautoren 1983, 1986) durch. Teilweise findet man in diesen Arbeiten auch einen Vergleich mit den Ergebnissen dreidimensionaler numerischer

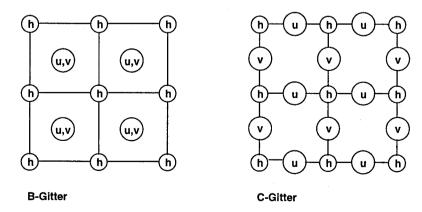


Abbildung 1.8: Verteilung der Variablen auf dem horizontalen Gitter für zwei der in der Arbeit von MESINGER und ARAKAWA untersuchten Gittertypen. (u,v horizontale Geschwindigkeitskomponenten; h z.B. Tracer.)

Modelle. Im Vergleich mit analytischen Lösungen wird dabei der Einfluß verschiedener Parameter bei der Verwendung von B-Gitter und C-Gitter Modellen betrachtet (siehe für die folgende Ausführungen und den Vergleich mit Kapitel 4 besonders HSIEH et al. 1983). Die Parameter sind

- $\Delta,$ welches das Verhältnis des Gitterpunktabstands in küstennormaler Richtung zum Rossby–Radius beschreibt.
- $\epsilon$ , das den Einfluß der horizontalen Viskosität in küstennormaler Richtung beschreibt.  $(\epsilon = \frac{A_{hm}}{fR_n^2} \cdot \frac{1}{l}, \ l = \frac{2\pi}{\lambda_n} \cdot R_n \ \text{dimensionslose Wellenzahl})$
- $-\alpha$ , in dem die Effekte der in küstenparalleler Richtung wirkenden horizontalen Viskosität und der vertikalen Viskosität zusammengefaßt werden. ( $\alpha = \frac{A_{vm}N^2}{c_n^2f} \cdot \frac{1}{l} + \frac{A_{hm}}{fR_n^2} \cdot l$ )

Die Ergebnisse der Untersuchung bezüglich der Phasengeschwindigkeit sollen im folgenden kurz zusammengefaßt werden. Sie ermöglichen eine Einordnung der im Kapitel 4 beschriebenen Modellergebnisse.

Die Autoren stellen fest, daß ein hochauflösendes B-Gitter Modell mit geringer Viskosität bei Verwendung einer "no slip" Randbedingung (wie sie im GFDL-Modell gegeben ist) eine realistischere Darstellung von Kelvinwellen liefert als bei Verwendung einer "free slip" Randbedingung. Bei schlechter Auflösung gilt in summa:

Für die küstenparallele Struktur der Kelvinwellen sind die Verformungen im B-Gitter stärker als im C-Gitter. Die küstennormale Struktur wird hingegen im B-Gitter besser wiedergegeben. Im C-Gitter treten in dieser starke Oszillationen auf. Bei guter Auflösung verringern sich die durch die unterschiedlichen Gittertypen und Randbedingungen hervorgerufenen Abweichungen der Modellantworten von der wahren Lösung (vergleiche Abb. 1.9).

In den in dieser Arbeit untersuchten Modelläufen beträgt die horizontale Auflösung  $\approx 2000 \text{m}$ , der erste barokline Rossby Radius  $\approx 7500 \text{m}$ , der dritte  $\approx 1700 \text{m}$ . Das heißt,  $\Delta$  ist 1 oder weniger, also in einem Bereich, in dem bei Vorhandensein lateraler Viskosität die Unterschiede zwischen den Gittertypen klein sind (Abb. 1.9).

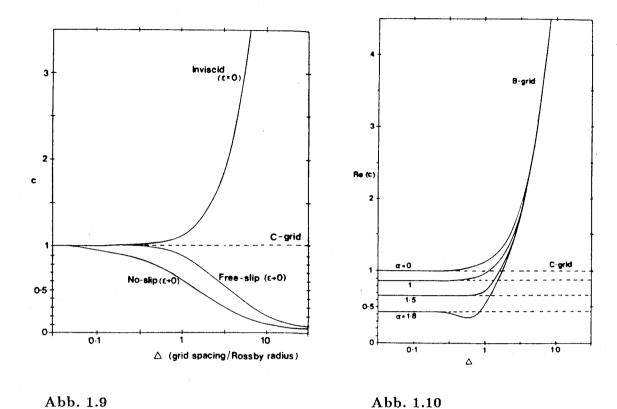


Abbildung 1.9: Entwicklung der Phasengeschwindigkeit in Abhängigkeit von  $\Delta$ . — C-, — B-Gitter. Dargestellt sind die Grenzfälle  $\epsilon \to 0$  bei unterschiedlichen lateralen Randbedingungen und der reibungsfreie Fall;  $\alpha = 0$ . Die Abb. ist der Arbeit von HSIEH et al. 1983 entnommen (dort Abb. 4).

Abbildung 1.10: Re(c) (Phasengeschwindigkeit) als Funktion von  $\Delta$  für verschiedene Werte von  $\alpha$ ;  $\epsilon=0.$  — B-Gitter. Abbildung aus HSIEH et al. 1983 (dort Abb. 5).

Über den Einfluß der von HSIEH et al. 1983 definierten Parameter  $\Delta$ ,  $\epsilon$  und  $\alpha$  auf die Phasengeschwindigkeit von Kelvinwellen bei Verwendung eines Arakawa B-Gitters lassen sich folgende Feststellungen treffen:

Abbildung 1.9 zeigt, daß im reibungsfreien Fall (inviscid) die Phasengeschwindigkeit von Kelvinwellen bei abnehmender Auflösung (anwachsendes  $\Delta$ ) stark zunimmt.

Bei Modellen mit Dämpfung ( $\alpha > 0$ ,  $\epsilon = 0$ ) kann man zwei Regimes unterscheiden, wie Abbildung 1.10 zeigt. Bei guter Auflösung ( $\Delta \lesssim 1$ ) ist die Phasengeschwindigkeit unabhängig von  $\Delta$ , sie wird kleiner, wenn  $\alpha$  größer wird. Bei schlechter Auflösung ( $\Delta > 1$ ) ist die Phasengeschwindigkeit unabhängig von  $\alpha$ , sie nähert sich mit größer werdendem  $\Delta$  rasch der Lösung für den reibungsfreien Fall an (vergl. Abb. 1.9 und 1.10).

Wenn man den Einfluß der küstennormalen Viskosität bei Verwendung der "no slip" Randbedingung betrachtet ( $\epsilon > 0$ ,  $\alpha = 0$ ), so findet man auch in diesem Fall zwei Regimes (ohne Abbildung). In dem Bereich, in dem  $\epsilon \lesssim \Delta^2$  ist, ist die Phasengeschwindigkeit unabhängig von der Auflösung. Sie ist in diesem Bereich umso kleiner, je größer  $\epsilon$  ist. Außerhalb des Bereichs, in dem  $\epsilon \lesssim \Delta^2$  ist, konvergieren die Kurven der Phasengeschwindigkeit bei unterschiedlichem  $\epsilon$ . Die Phasengeschwindigkeit ist dann unabhängig von  $\epsilon$  und nimmt mit zunehmendem  $\Delta$  ab (vergleiche Abb. 1.9, wo die Kurve für den Fall "no slip",  $\epsilon \to 0$  aufgetragen ist. Bezüglich des kombinierten Einflusses von küstennormaler Viskosität ( $\epsilon$ ) und Dämpfung ( $\alpha$ ) kann man festhalten, daß der Einfluß von  $\alpha$  nur dann eine signifikante Rolle spielt, wenn  $\epsilon \lesssim \alpha$  ist (HSIEH et al. 1983). In den in dieser Arbeit untersuchten Modelläufen ist das, wie Kapitel 4 zeigt, teilweise (insbesonders in den Modellen mit, relativ hohen, konstanten vertikalen Austauschkoeffizienten) der Fall.

# 2 Das numerische Modell

Zur numerischen Modellierung wird in dieser Arbeit das MOM (Modular Ocean Model) verwendet. Es handelt sich hierbei um eine Weiterentwicklung des sogenannten GFDL-Modells (auch Princeton Modell), das zum ersten Mal 1969 von BRYAN beschrieben wurde. Dieses Modell beruht auf den Primitiven Gleichungen. Die Variablen sind auf einem Arakawa B-Gitter (MESINGER und ARAKAWA 1976, Abb. 1.8) angeordnet. Die Navier-Stokes-Gleichungen werden für die Modellrechnung unter anderem durch folgende Approximationen vereinfacht:

- 1. Die Boussinesq Approximation, durch die die Dichte in den horizontalen Bewegungsgleichungen dort durch eine mittlere Dichte  $\rho_0$  ersetzt wird, wo  $\rho_0$  mit horizontalen Dichteunterschieden  $(\rho')$  verglichen wird  $(\rho = \rho_0 \left(1 + \frac{\rho'}{\rho_0}\right)$ , im Meer gilt typischerweise  $\frac{\rho'}{\rho_0} = \mathcal{O}(10^{-3}) \ll 1 \quad \rightsquigarrow \rho \approx \rho_0$ .
- 2. Die hydrostatische Approximation, durch die sich die vertikale Bewegungsgleichung auf ein Gleichgewicht zwischen vertikalem Druckgradient und Schwerebeschleunigung reduziert.
- 3. Die Hypothese von der "turbulent viscosity", d. h. Prozesse mit Skalen die kleiner sind als die Entfernung zwischen zwei benachbarten Gitterpunkten werden als Vermischungsprozeß parameterisiert. Dies wird durch eine Parameterisierung der Reynolds-Schubspannung durch turbulente Diffusionskoeffizienten erreicht. Damit wird das "Schließungsproblem" auf der untersten Ebene gelöst (jede weitere Ableitung der Reynolds Schubspannungsterme führt auf Gleichungen mit Termen immer höherer Ordnung).

Vereinfachungen und Approximationen zur Anpassung des Gleichungssystems an spezifische Fragestellungen werden unter anderem bei MÜLLER und WILLEBRANDT 1989 beschrieben. Die Autoren unterscheiden verschiedene Klassen der Bewegung, wobei je nachdem, wie das betrachtete Problem diesen zuzuordnen ist, unterschiedliche Vereinfachungen des kompletten Gleichungssystems sinnvoll sind. Eine Unterteilung der ozeanischen Bewegungen in großskalige (solche, bei denen die horizontale Längenskala größer als die lokale Wassertiefe ist) und kleinskalige (bei denen dies nicht der Fall ist) Bewegungen führt auf die, hier verwendeten, "Flachwasser-Gleichungen" für großskalige Bewegungen.

Das Modell nutzt die Bewegungsgleichungen in geographischen Kugelkoordinaten. Mit

$$m = \sec \phi$$
 ,  $n = \sin \phi$ 

$$f = 2\Omega \sin \phi$$
 ,  $u = \frac{a}{m} \frac{\mathrm{d}\lambda}{\mathrm{d}t}$  ,  $v = a \frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t}$  ,

wobei  $\phi$  – Länge,  $\lambda$  – Breite und a – Erdradius,

lauten die Gleichungen

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \Gamma(u) - fv - \underbrace{mnu\frac{u}{a}}_{\bullet} = -\frac{m}{a} \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial \lambda} + F^{(u)} , \qquad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \Gamma(v) + fu + \underbrace{mnu\frac{v}{a}}_{\bullet} = -\frac{1}{a} \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial \phi} + F^{(v)} . \qquad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \Gamma(v) + fu + \overbrace{mnu\frac{v}{a}}^{v} = -\frac{1}{a} \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial \phi} + F^{(v)} . \tag{2}$$

Hierbei stehen  $F^{(\mu)}$  für turbulente Effekte

$$F^{(u)} = A_{vm} \frac{\partial^{2} u}{\partial z^{2}} + \frac{1}{a^{2}} A_{hm} \left( \underbrace{m^{2} \frac{\partial^{2} u}{\partial \lambda^{2}} + m \frac{\partial}{\partial \phi} \left( \frac{1}{m} \frac{\partial u}{\partial \phi} \right)}_{\nabla_{h} \mu} + \underbrace{\left( 1 - m^{2} n^{2} \right) u - 2nm^{2} \frac{\partial v}{\partial \lambda}}_{\bullet} \right)$$

$$F^{(v)} = A_{vm} \frac{\partial^{2} v}{\partial z^{2}} + \frac{1}{a^{2}} A_{hm} \left( \underbrace{m^{2} \frac{\partial^{2} v}{\partial \lambda^{2}} + m \frac{\partial}{\partial \phi} \left( \frac{1}{m} \frac{\partial v}{\partial \phi} \right)}_{\bullet} + \underbrace{\left( 1 - m^{2} n^{2} \right) v + 2nm^{2} \frac{\partial u}{\partial \lambda}}_{\bullet} \right)$$

(\*: "metrischen Terme", sie entstehen durch die Transformation der kartesischen Koordinaten auf sphärische Koordinaten).  $\Gamma$  ist ein advektiver Operator, definiert als  $\Gamma(\mu) = \frac{m}{a} \left( \frac{\partial (u\mu)}{\partial \lambda} + \frac{\partial (v\mu)}{\partial \phi} \right) + \frac{\partial (w\mu)}{\partial z} \quad (\mu = u, v, \text{Tr}).$ 

Die Erhaltungsgleichung für einen beliebigen Tracer (Tr, zum Beispiel Temperatur oder Salzgehalt) lautet

$$\frac{\partial \text{Tr}}{\partial t} + \Gamma(\text{Tr}) = F^{(\text{Tr})} \quad . \tag{3}$$

Dabei steht

$$F^{(\mathrm{Tr})} = \frac{1}{\delta} A_{v \, \mathrm{Tr}} \frac{\partial^{2} \mathrm{Tr}}{\partial z^{2}} + \frac{1}{a^{2}} A_{h \, \mathrm{Tr}} \nabla \mathrm{Tr} \quad \mathrm{mit} \ \delta = \begin{cases} 1 \ \mathrm{für} \ \frac{\partial \rho''}{\partial z} < 0 \\ 0 \ \mathrm{für} \ \frac{\partial \rho''}{\partial z} > 0 \end{cases}$$

für die Diffusivität (die potentielle Dichte  $\rho''$  ist die Dichte eines Wasserpakets wenn es adiabatisch an die Oberfläche gebracht wird). Für die turbulente Vermischung  $(A_v, A_h)$ werden unterschiedliche horizontale und vertikale Koeffizienten für Impuls und Tracer benutzt. An statisch instabilen Punkten wird eine augenblickliche vertikale Homogenisierung vorgenommen. Es gibt aber auch Ansätze, die Konvektion durch erhöhten vertikalen Austausch und schichtweise Vermischung nachzubilden.

Der Druck p ist durch die hydrostatische Beziehung gegeben

$$p = p_s + \int_z^0 g\rho \mathrm{d}z \tag{4}$$

mit  $p_s$  als Druck bei z=0. Unter der Voraussetzung von Massenerhaltung reduziert sich die Kontinuitätsgleichung durch die Annahme von Inkompressibilität auf

$$\Gamma(1) = 0 \quad , \tag{5}$$

Für die Berechnung der Zustandsgleichung

$$\rho = \rho(\theta, S, z) \tag{6}$$

wird die von der UNESCO 1981 vorgeschlagene Formulierung, angepaßt an die Verhältnisse der Ostsee, verwandt.

Die Randbedingungen sind die Folgenden:

- 1. Die "rigid lid" Approximation, durch die Oberflächenschwerewellen, die den möglichen Zeitschritt einschränken, ausgeschlossen werden (w = 0 an der Oberfläche).
- 2. Antrieb durch Windschubspannung an der Oberfläche  $\rho_0 A_v^{(u,v)} \frac{\partial (u,v)}{\partial z} = \tau^{(\lambda,\phi)}$   $(\tau = c_{\rm D} \cdot \rho_a \cdot U_a | U_a |; \ c_{\rm D} = 1.3 \cdot 10^{-3}; \ \rho_a = 1.22 \cdot 10^{-3} \frac{\rm g}{\rm cm^3}, \ U_a \text{-Windgeschwindigkeit}).$
- 3. Die "no slip" Bedingung an seitlichen Berandungen (u = v = 0).
- 4. Kein Fluß von Tracern durch geschlossene Ränder (d. h.  ${\rm Tr}_{\perp}=0$ ). Dies schließt Temperatur und Salzgehalt ein.
- 5. Bodenreibung  $\rho_0 A_v^{(u,v)} \frac{\partial (u,v)}{\partial z} = \tau_b^{(\lambda,\phi)} \quad (\tau_b^{(\lambda,\phi)} = c_{\mathrm{D}_b} \cdot |\vec{v}_b| \cdot (u,v); \ c_{\mathrm{D}_b} = 2.5 \cdot 10^{-3}).$
- 6. Für die Vertikalgeschwindigkeit am Boden gilt  $w=-\frac{m}{a}u\frac{\partial H}{\partial \lambda}-\frac{1}{a}v\frac{\partial H}{\partial \phi}$ .

Für weitergehende Details und eine nähere Beschreibung des Modellkonzepts wird auf BRYAN 1969 und Cox 1984 sowie die Beschreibung des MOM von PACANOWSKY et al. 1991 verweisen. Zu den verschiedenen Möglichkeiten Variablen zur Berechnung der Bewegungsgleichung auf einem Gitter anzuordnen siehe MESINGER und ARAKAWA 1976.

## 2.1 Die Modellkonfiguration

Die folgende Beschreibung des "Versuchsaufbaus" gilt im wesentlichen für alle zu den Untersuchungen herangezogenen Modelläufe, Abweichungen werden in den einzelnen Kapiteln jeweils an Ort und Stelle erklärt. Ziel der Versuche ist es, die Leistungsfähigkeit des Modells, das ursprünglich als globales Modell konzipiert war, im hochauflösenden Bereich zu untersuchen und damit die auf dem GFDL-Code basierenden Ostseemodelle zu überprüfen beziehungsweise zur Interpretation der von diesen gelieferten Ergebnisse beizutragen. Um dies zu erreichen wird das Modell wie folgend konfiguriert:

Das Modellgebiet besteht aus einem an allen Seiten geschlossenen Kasten,  $80 \times 40$  Gitterpunkte horizontal und 16 Schichten vertikal, mit einem ebenen Boden. Die Auflösung beträgt 2' in zonaler Richtung und 1' in meridionaler Richtung. Das Modellgebiet ist um 54°14' Nord 11°34' Ost zentriert. Dies entspricht einem Gitterpunktabstand von etwa 2 km in zonaler und meridionaler Richtung. Die Gesamtausdehnung des Modells beträgt  $\sim 80$  km in Nord-Süd Richtung und  $\sim 160$  km in Ost-West Richtung. Die oberen 12 Modellschichten sind 2 m dick, die darunterliegenden 4 m. Die Gesamttiefe des Modellbeckens ist 40 m.

Es gibt keine Wärme- oder Frischwasserzufuhr an der Meeresoberfläche. Die Anfangsverteilung von Temperatur und Salzgehalt ist horizontal homogen. In der Vertikalen entspricht sie einem Profil der mittleren Sommerwerte des Südostteils der Beltsee (siehe Abb. 8.5 in Kap. 8, Standardsprungschicht).

Ein Modellauf umfaßt in der Regel einen Zeitraum von 5 Tagen bei einem baroklinen Zeitschritt von 2 Minuten. Zu Analysezwecken werden in regelmäßigen Abständen (20 min für Zeitreihen, sonst 6 h) dreidimensionale Felder der baroklinen Anteile der horizontalen Geschwindigkeitskomponenten, der vertikalen Geschwindigkeitskomponente, der Temperatur und des Salzgehalts gespeichert. Aufgrund der festen Oberfläche breiten sich barotrope Signale mit "unendlicher" Geschwindigkeit im gesamten Modellbecken aus. Dadurch werden Oberflächenschwerewellen und Beckenschwingungen (Seiches) herausgefiltert. Alle für die in dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen interessanten Informationen sind in den baroklinen Anteilen der horizontalen Geschwindigkeitskomponenten ent-

halten. Angeregt wird das Modell durch eine Windschubspannung  $\tau^{(x)} = -0.0571 \text{ N/m}^2$  entsprechend einem Ostwind der Stärke 3–4 Bft. Die Koeffizienten für den horizontalen Austausch von Tracern und Impuls sind im gesamten Modellgebiet konstant. Für die Beschreibung vertikaler Austauschprozesse werden die Koeffizienten auf unterschiedliche Weise festgelegt, wie in Kapitel 3 näher erklärt wird.

Für die Darstellung der Modellergebnisse gelten im Rahmen dieser Arbeit folgende Festlegungen: Schnitte in zonaler Richtung verlaufen von Westen nach Osten, solche in meridionaler Richtung von Süden nach Norden. Auf horizontalen Schnitten ist Norden oben. Die Bewegung des Wassers ist in Abbildungen der vertikalen Geschwindigkeitskomponente (w) – nach unten (--) und + nach oben (--). Für die zonale Geschwindigkeitskomponente (u) gilt – nach Westen (--), + nach Osten (--) und für die meridionale (v) gilt – nach Süden (--), + nach Norden (---).

# 2.2 Beschreibung experimenteller Simulationen von Strömungen, Temperatur- und Salzgehaltsverteilung

Dieser Abschnitt soll am Beispiel zweier Modelläufe mit unterschiedlichem Windantrieb, ansonsten aber identischer Konfiguration, eine Übersicht über das typische Verhalten des Modells liefern. Modelle mit Windantrieb über dem gesamten Modellgebiet werden unter anderem in den Kapiteln 5 (Wechselwirkung zwischen Dichteschichtung und Kelvinwellenausbreitung), 7 (Wassermassenausbreitung) und 8 (Trägheitswellen) genauer untersucht. Modelle mit Windantrieb über der Westhälfte des Modellbeckens dienen in Kapitel 4 der Analyse der Eigenschaften von modellierten Kelvinwellen und Strahlströmen. Die hier beschriebenen Modelläufe sind mit einem fest vorgegebenen Vertikalprofil der vertikalen Austauschkoeffizienten (für Details siehe Kapitel 3) und horizontalen Austauschkoeffizienten von  $10^6$  cm²/s für Impuls und Masse gerechnet.

#### 2.2.1 Windantrieb über dem gesamten Modellgebiet

Betrachtet werden die Ergebnisse eines fünftägigen Modellaufs, bei dem während der ersten 3 Tage Ostwind (3–4 Bft) herrscht, der am Ende des dritten Tages abrupt aufhört. An der Oberfläche stellt sich rasch eine windgetriebene Strömung ein, deren Richtung in ausreichender Entfernung von den Rändern des Modellbeckens gemäß der klassischen Ekmantheorie nach rechts von der Windrichtung abweicht. Abbildung 2.1a zeigt auch

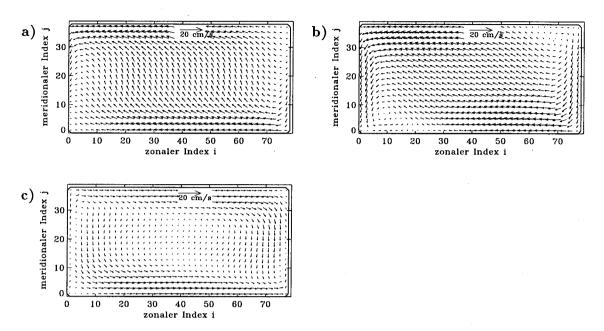


Abbildung 2.1: Vektordarstellung des baroklinen Anteils der horizontalen Strömung in 3 m Tiefe für ein Modell mit Wind über dem gesamten Modellgebiet. Nach a) 1 d; b) 3 d; c) 5 d.

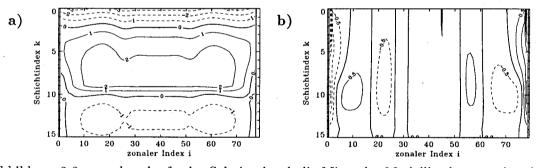


Abbildung 2.2: zonal verlaufender Schnitt durch die Mitte des Modellbeckens nach 1 d für ein Modell mit Wind über dem gesamten Modellgebiet. a) barokliner Anteil der zonalen Geschwindigkeitskomponente (u); b) vertikale Geschwindigkeitskomponente (w).

die Ausbildung von Küstenstrahlströmen an Nord- und Südküste des Bassins, die durch den küstenparallelen Wind erzeugt werden. Nach 3 Tagen (Abb. 2.1b) haben sich im Südwesten und Nordosten des Modellbeckens Wirbel entwickelt. Das Signal der Küstenstrahlströme ist durch Kelvinwellen entlang der Ost- und Westküste des Modellbekkens transportiert worden (für eine genauere Beschreibung s. Kap. 5). Die Änderung der Strömungsrichtung im Zentrum des Modellbeckens läßt sich durch das Auftreten von Trägheitswellen begründen, wie in Kapitel 8 gezeigt wird. Am Ende des Modellaufs, nach 2 Tagen Windstille (Abb. 2.1c), haben sich die Wirbel aufgelöst. An den Beckenrändern läßt sich weiter das Fortschreiten der Kelvinwellen erkennen. Die Abbildung 2.1c zeigt, daß die

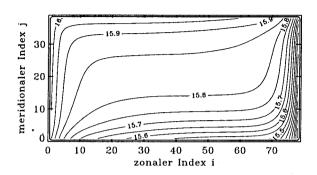


Abbildung 2.3: Darstellung der horizontalen Temperaturverteilung nach 2 d in 3 m Tiefe für ein Modell mit Wind über dem gesamten Modellgebiet.

Strömung im zentralen Teil des Beckens darauf ausgerichtet ist, den durch den Windstau entstandenen Druckgradienten auszugleichen. Durch die geringere Stromgeschwindigkeit im Zentrum des Modellbeckens ist das Trägheitswellensignal in Abb. 2.1c deutlicher zu erkennen als in Abb. 2.1b. Die Ausbreitung der Trägheitswellen, von den Rändern des Modellbeckens ausgehend, wird in Abbildung 2.2a und b deutlich. In Abb. 2.2a sieht man auch, wie die windgetriebene Strömung an der Oberfläche (nach Nordwesten strömendes Wasser in den oberen 5 m, dargestellt ist die zonale Geschwindigkeitskomponente) die Trägheitswellen überdeckt.

Die Darstellung der Vertikalgeschwindigkeit auf einem Schnitt durch das Modellbecken von Westen nach Osten (Abb. 2.2b) zeigt an den Küsten im Bereich der Deckschicht (10–12 m) absinkendes Wasser beziehungsweise Auftrieb, während man das Maximum der mit den Trägheitswellen zusammenhängenden Vertikalbewegung in etwa 20 m Tiefe findet (für weitere Untersuchungen s. Kap. 8). Die horizontale Temperaturverteilung ist in Abbildung 2.3 dargestellt. Deutlich ist entlang des Süd- und Ostrands das Auftriebsgebiet zu erkennen, in dem kälteres Wasser an die Oberfläche kommt.

#### 2.2.2 Windantrieb über der westlichen Hälfte des Modellbeckens

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse eines fünftägigen Modellaufs dargestellt, bei dem über der Westhälfte des Modellbeckens Ostwind (3–4 Bft) herrscht, über der Osthälfte hingegen Windstille. Während sich im Westteil des Beckens ein Strömungsmuster wie schon im vorherigen Abschnitt beschrieben ausbildet (vergleiche Abbildungen 2.4b und 2.1b), kann man im Ostteil gut die Ausbreitung einer Kelvinwelle beobachten. Nach 5 Tagen (Abb. 2.4c) hat diese Welle den Ostteil des Beckens umrundet. In der Südwestecke

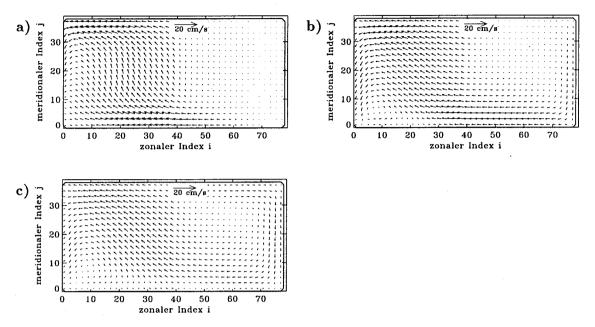


Abbildung 2.4: Vektordarstellung des baroklinen Anteils der horizontalen Strömung in 3 m Tiefe für ein Modell mit Wind über der Westhälfte des Modellgebiets. Nach a) 1 d; b) 3 d; c) 5 d.

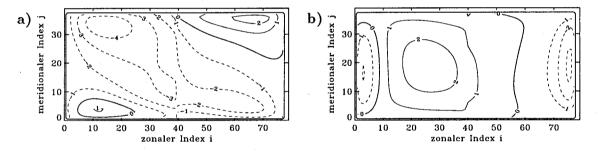


Abbildung 2.5: Barokliner Anteil der horizontalen Geschwindigkeitskomponenten nach 5 d in 3 m Tiefe für ein Modell mit Wind über der Westhälfte des Modellgebiets.

a) zonale (u); b) meridionale Geschwindigkeitskomponente (v).

des Modellbeckens ist der Wirbel, der auch bei Wind über dem gesamten Modellgebiet gefunden wird, ein fester Bestandteil des Strömungsmusters. Von den Kelvinwellen, die in allen vier Ecken des vom Wind überstrichenen Beckenteils entstehen, lassen sich zwei besonders deutlich in den Darstellungen der horizontalen Strömungsmuster erkennen, weil das von ihnen transportierte Signal von der zuvor in dem von ihnen durchlaufenen Gebiet herrschenden Strömung abweicht. Das von der Kelvinwelle aus der Nordwestecke des Beckens transportierte Strömungssignal sorgt zum Beispiel, wie in Abbildung 2.4c zu erkennen ist, für eine Umkehr der küstenparallelen Strömung im Westteil des Modellbekkens (s. a. Abb. 2.5). Die beiden anderen Kelvinwellen bewirken eine Abschwächung der

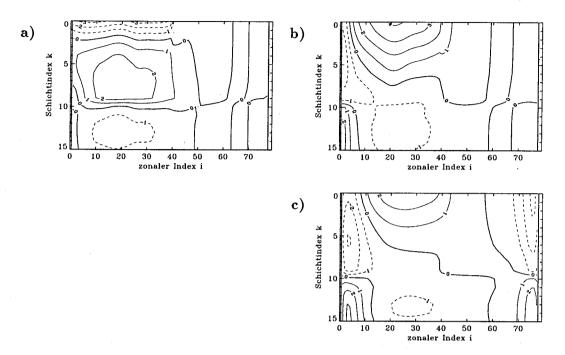


Abbildung 2.6: zonal verlaufender Schnitt durch die Mitte des Modellbeckens für ein Modell mit Wind über der Westhälfte des Modellgebiets. Barokliner Anteil der a) zonalen (u); b) meridionalen (v) Geschwindigkeitskomponente nach 1 d. c) v nach 5 d.

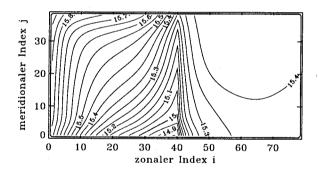


Abbildung 2.7: Darstellung der horizontalen Temperaturverteilung nach 5 d in 3 m Tiefe für ein Modell mit Wind über der Westhälfte des Modellgebiets.

Küstenstrahlströme, wie man am Nordrand westlich der Windkante und im Ostteil des Beckens erkennen kann (Abb. 2.4a und 2.5). Ein in zonaler Richtung verlaufender Schnitt durch das Modellbecken, auf dem die horizontalen Geschwindigkeitskomponenten dargestellt sind (Abb. 2.6a und b), zeigt im Ostteil des Beckens sich von der Windkante her ausbreitende Trägheitswellen. Am Westrand ist das von der Kelvinwelle aus der Nordwestecke modifizierte und transportierte Signal des Küstenstrahlstroms zu erkennen. Die Darstellung der meridionalen Strömungskomponente auf demselben Schnitt am Ende des Modellaufs (Abb. 2.6c) zeigt, daß sich nun auch am Ostrand, von der in der Mitte des

Südrands ausgehenden Kelvinwelle initiiert, ein Randstrom ausgebildet hat. Auch der am Ursprung der Kelvinwelle herrschende Auftrieb wird mit dieser in den windstillen Teil des Modellbeckens transportiert, wie die horizontale Temperaturverteilung am Ende des Modellaufs zeigt (Abb. 2.7).

# 3 Die Bedeutung der vertikalen Austauschkoeffizienten

In numerischen Modellen beschreiben die Reibungs- und Diffusionsterme nicht molekulare Vorgänge wie in laminaren Strömungen, sondern sie dienen der Parameterisierung von Prozessen, die bei den gewählten horizontalen und vertikalen Abständen zwischen den Gitterpunkten im Modell nicht aufgelöst werden. Die Größe der jeweiligen Koeffizienten hängt jedoch auch von Überlegungen zur numerischen Stabilität ab. Da im Ozean und auch im Modell die horizontalen Abstände sehr viel größer sind als die vertikalen, ergibt sich eine Aufteilung der Koeffizienten in einen für den horizontalen Austausch der betrachteten Größe durch die Wände einer Gitterbox und einen für den vertikalen Austausch durch Boden und Decke der Box. In den Anfängen der numerischen Modellierung ist der (vertikale) Austauschkoeffizient horizontal und vertikal konstant und seine Größe ist mehr durch numerische als physikalische Überlegungen bestimmt. Mit zunehmend besserer Auflösung der Modelle werden auch die Ansätze für die Austauschkoeffizienten verfeinert. Eine Arbeit von BRYAN 1987 beschreibt eine Reihe von numerischen Experimenten in denen die vertikale Diffusivität (d. h. der Koeffizient in den Gleichungen für Temperatur und Salzgehalt) im Bereich beobachteter Werte variiert wird. Dabei zeigt sich eine starke Sensitivität des Modells gegenüber der Größe der räumlich konstanten vertikalen Austauschkoeffizienten.

Ansätze zur Berechnung des vertikalen Austauschs von Impuls und Wärme beziehungsweise Salz in Abhängigkeit von Stromscherung und Stabilität der Dichteschichtung wurden schon 1948 von Munk und Anderson vorgeschlagen. Sie bestimmen "Turbulenzkoeffizienten" in Abhängigkeit von der Richardson-Zahl und errechnen mit ihrer Hilfe die Tiefe der Thermokline zum Vergleich mit verschiedenen Beobachtungen. 1981 entwickeln Pacanowski und Philander daraus einen Ansatz zur Berechnung der Austauschkoeffizienten in numerischen Modellen in Abhängigkeit von der Richardson-Zahl. Dieser Ansatz wird motiviert durch Messungen des turbulenten vertikalen Reibungskoeffizienten im Bereich des äquatorialen Strömungssystems. Die Messungen lassen vermuten, daß Vermischungsprozesse stark durch die Scherung der mittleren Strömung beeinflußt werden. Empirische Studien führen die Autoren zu folgender Formulierung der Abhängigkeit zwischen Koeffizienten und Scherung:  $\nu = \frac{\nu_0}{(1+\alpha Ri)^n} + \nu_b$  mit  $\nu_b$  Hintergrundswert (Minimum),  $\nu_0$  maximaler Wert bei kleiner Richardson-Zahl,  $\alpha$  und n Parametern zur Anpas-

sung des Profils. Die Richardson-Zahl ist definiert als Ri =  $\frac{g}{\rho} \cdot \frac{\partial \rho/\partial z}{(\partial u/\partial z)^2}$ . Die Parameter  $\alpha$  und n werden so lange verändert, bis die größtmögliche Übereinstimmung zwischen Modell und Beobachtung erreicht ist. Da bei diesem Verfahren zu jedem Zeitschritt an jedem Gitterpunkt der vertikalen Austauschkoeffizient berechnet wird, benötigt es viel Rechenzeit. Heute gibt es verschiedene Formeln zur Berechnung der Koeffizienten, die auch stark unterschiedliche Ergebnisse liefern können, wie die vergleichende Arbeit von Schneider und Müller von 1993 zeigt.

Eine weniger aufwendige Möglichkeit, die vertikale Variation der Austauschkoeffizienten zu berücksichtigen, ist die Verwendung eines horizontal und zeitlich konstanten Vertikalprofils der Koeffizienten (z. B. Fennel und Seifert 1994). Dabei wird das Profil in Anlehnung an die anfängliche Schichtung im Modell gewählt. Dieses Verfahren sollte jedoch nur bei der Modellierung von Zirkulationsmustern und Prozessen verwandt werden, bei denen nicht mit größeren horizontalen Unterschieden im vertikalen Austausch zu rechnen ist und bei denen die Entwicklung bzw. der Abbau einer Deckschicht nicht wichtig sind. Das fest vorgegebene Profil der vertikalen Austauschkoeffizienten beschränkt zum Beispiel die Tiefe der windgetriebenen Strömung und verringert die Auswirkungen dynamischer Prozesse auf die Lage der Sprungschicht. Die Tiefe der durchmischten Deckschicht wird durch die sprunghafte Änderung der Koeffizienten in der Tiefe der ursprünglichen Thermokline festgehalten. Die Verteilung des durch die Oberfläche erfolgenden Temperaturoder Impulseintrags erfolgt nur bis in diese Tiefe.

Parameter	$\nu_{ m W}$ / cm <sup>2</sup> /s	$\nu_{ m W}$ / cm <sup>2</sup> /s	$ u_0$	$\nu_b$	Standardmodell		lell Testmodell	
	Kap. 4, 8	sonst	$\mathrm{cm}^2/\mathrm{s}$	$cm^2/s$	α	n	α	n
Impuls	0.0	50.0	50.0	1.0	5	3	1	2
Tracer	0.0	0.25	10.0	0.10	5	2	1	2

Tabelle 1: Parameter zur Berechnung der vertikalen Austauschkoeffizienten nach Pacanowski und Philander. Das Standardmodell dient zum Vergleich mit Modelläufen mit anderen Ansätzen für die vertikalen Austauschkoeffizienten, das Testmodell wird benutzt, um die Sensibilität des Modells gegenüber der Wahl der Parameter zu überprüfen.

Die in dieser Arbeit vorgenommenen Vergleiche beruhen auf Modelläufen mit konstanten vertikalen Austauschkoeffizienten (CVM), mit einem fest vorgegebenen Vertikalprofil der Koeffizienten (VVM) und mit Koeffizienten, die nach PACANOWSKI und PHILANDER

(1981) berechnet werden (PPM). Die Größe der einzelnen Parameter zur Berechnung der Koeffizienten in den Modelläufen PPM kann Tabelle 1 entnommen werden. Die Abbildung

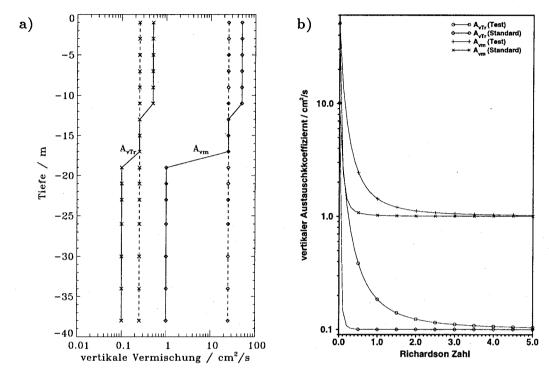


Abbildung 3.1: a) horizontal und zeitlich konstante Austauschkoeffizienten, wie sie in den Modellen CVM (---) und VVM (----) verwendet werden; b) Abhängigkeit der zeitlich und räumlich variablen Austauschkoeffizienten von der Richardson-Zahl (PPM). Ist diese negativ, so wird  $A_{vTr} = 20$  cm<sup>2</sup>/s und  $A_{vm} = 100$  cm<sup>2</sup>/s. Zu den Unterschieden zwischen "Test" und "Standard" s. Tab. 1.

3.1 zeigt die Vertikalverteilung der zeitlich konstanten Koeffizienten beziehungsweise die Abhängigkeit der Koeffizienten von der Richardson-Zahl für verschiedene Werte der Parameter  $\alpha$  und n (siehe auch Tabelle 1). Das fest vorgegebene Vertikalprofil der Koeffizienten orientiert sich an der durch die anfängliche Temperatur- und Salzgehaltsverteilung (s. Abb. 8.5, Standardsprungschicht) im Modell vorgegebene Aufteilung in Deckschicht, Sprungschicht und Bodenwasser. Die von der Richardson-Zahl abhängige Berechnung der vertikalen Austauschkoeffizienten erfolgt im Modell nach folgendem Schema:

$$A_{v} = \frac{\nu_{0}}{\left(1 + \alpha \left(g \cdot \Delta z \cdot \frac{\rho(k) - \rho(k+1)}{(u(k) - u(k+1))^{2} + (v(k) - v(k+1))^{2}}\right)\right)^{n}} + \nu_{b}$$

 $(\Delta z \text{ vertikaler Abstand zwischen } u(\mathbf{k}) \text{ und } u(\mathbf{k}-1) \text{ bzw. } v(\mathbf{k}) \text{ und } v(\mathbf{k}-1)).$  Wenn  $A_v(\mathbf{k}=0) < \nu_w \text{ ist, wird } A_v(\mathbf{k}=0) = \nu_w \text{ gesetzt, wobei } \nu_w \text{ die durch den Wind bedingte}$  Mindestgröße des (turbulenten) Vermischungskoeffizienten in der obersten Schicht ist.

# 4 Horizontalskala und Fortpflanzungsgeschwindigkeit küstennaher Prozesse

Die horizontale Skala verschiedener küstennaher Prozesse wie Kelvinwellen, Strahlströme und Auftriebsgebiete wird durch Rossby-Radien beschrieben. Eine, nach Jahreszeiten getrennte, Berechnung von Rossby-Radien in verschiedenen Gebieten der Ostsee findet man bei Fennel et al. 1991. Der externe Rossby-Radius  $(R_0 = \sqrt{\frac{gH}{f^2}})$  beträgt bei einer Wassertiefe (H) von 40 m und einem Coriolisparameter (f) von  $1.184 \cdot 10^{-4}$  1/s bei  $54^{\circ}14'$  N etwa 167 km. Aufgrund der "rigid lid" Annahme spielen Seiches im Modell keine Rolle. Bei kontinuierlicher Schichtung ist der interne (oder barokline) Rossby-Radius definiert als  $\frac{NH}{\pi f}$ , wobei N die Brunt-Väisälä-Frequenz (BVF) ist. Aus der Lösung des vertikalen Eigenwertproblems für eine konstante BVF (s. u.) erhält man als Näherung für die Eigenwerte  $\lambda_n = \frac{n\pi}{NH}$ . So ergibt sich für die einzelnen Moden der barokline Rossby-Radius als  $R_n = \frac{1}{\lambda_n f}$ . Der Kehrwert des Eigenwerts  $(\frac{1}{\lambda})$  besitzt die Dimension einer Geschwindigkeit. Es läßt sich zeigen, daß unter anderem die Phasengeschwindigkeit von Kelvinwellen durch  $\frac{1}{\lambda}$  beschrieben wird.

Die Grundlage für die folgenden analytischen Überlegungen bilden die linearisierten Boussinesq-Gleichungen, wobei zusätzlich angenommen wird, daß horizontaler Impulsaustausch und Temperatur- sowie Salzgehaltsdiffusion vernachlässigbar klein sind (für eine detailliertere Herleitung s. Fennel und Lass 1989 sowie Anhang B).

$$u_t - fv + p_x = (A_v u_z)_z + \mathcal{X}$$

$$v_t + fu + p_y = (A_v v_z)_z + \mathcal{Y}$$

$$-b + p_z = 0$$

$$b_t + N^2 w = 0$$

$$u_x + v_y + w_z = 0$$

Die zugehörigen Randbedingungen lauten:  $\left(p+\frac{g}{N^2}p_z\right)_t=0$  für z=0 und  $p_{z,t}=0$  für z=-H.

Für einen Ozean mit ebenem Boden lassen sich horizontale und vertikale Koordinaten separieren. Mit einem Separationsansatz der Form  $\mu(x,y,z,t) = \tilde{\mu}(x,y,t)F(z)$  erhält man aus dem obigen Gleichungssatz eine Gleichung für F(z). Diese vertikale Eigenwertgleichung lautet

$$\mathcal{Z}F(z) + \lambda^2 F(z) = 0$$

mit  $\mathcal{Z}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}\frac{1}{N^2(z)}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}$  und den Randbedingungen F'(0)=0 ("rigid lid"), F'(-H)=0.

Bei konstanter BVF läßt sich eine Lösung dieser Gleichung analytisch bestimmen. Eine Näherung an die Lösung der Eigenwertgleichung für nichtkonstante BVF läßt sich mit Hilfe der WKB-Methode finden. Nun bestimmt man die zu den Eigenwerten gehörenden Eigenfunktionen. Mit Hilfe der Randbedingungen erhält man

$$F_n(z) = B_n \frac{\cos(\lambda_n N(z+H))}{\cos(\lambda_n NH)}.$$

Eine Normierung dieser Gleichung gemäß  $\frac{1}{H}\int_{-H}^{0}F_{n}^{2}(z)\mathrm{d}z=1$  liefert

$$F_n(z) = \left[\frac{2}{1 + \frac{\sin(2\lambda_n NH)}{2\lambda_n NH}}\right]^{\frac{1}{2}} \cos(\lambda_n N (z + H)) .$$

Die Normierungskonstante läßt sich weiter vereinfachen, da  $\frac{\sin(2\lambda_n NH)}{2\lambda_n NH} \approx 0$  für  $n \geq 1$ . Dann gilt für n = 0 näherungsweise ("rigid lid")  $\lambda_0 = 0$  und die barotrope Eigenfunktion wird  $F_0(z) = 1$ .

Für den Impulseintrag in eine durchmischte Deckschicht der Dicke  $H_{\rm mix}$  wird das Konzept der Volumenkraft angenommen, d. h. es gilt näherungsweise  $f(z) = \frac{\theta(z + H_{\rm mix})}{H_{\rm mix}}$  ( $\theta$  Sprungfunktion). Eine Zerlegung dieser Funktion nach Eigenfunktionen liefert für die Projektionskoeffizienten von f(z) auf die  $F_n(z)$ 

$$a_n = \frac{1}{H} \int_{-H}^0 \frac{\theta\left(z + H_{\text{mix}}\right)}{H_{\text{mix}}} F_n(z) \mathrm{d}z = \frac{1}{H} \int_{-H_{\text{mix}}}^0 \frac{F_n(z)}{-H_{\text{mix}}} \mathrm{d}z$$

woraus sich nach erfolgter Integration ergibt

$$a_0 = \frac{1}{H};$$
  $a_n = \frac{1}{H}\sqrt{2}(-1)^n \frac{\sin\left(n\pi \frac{H_{\text{mix}}}{H}\right)}{n\pi \frac{H_{\text{mix}}}{H}}$ 

Mit Hilfe der Parsevalschen Gleichung  $\left(\frac{1}{H}\int_{-H}^{0}f^{2}(z)\mathrm{d}z=\sum_{n=1}^{N}a_{n}^{2}\right)$  läßt sich die Konvergenz der Reihenentwicklung prüfen. Die Abbildung 4.1 zeigt das Ergebnis für unterschiedliche Verhältnisse von  $H_{\mathrm{mix}}$  zu H, wie sie im Modell auftreten können. Man erkennt, daß bei konstanter BVF und einer durchmischten Deckschicht von 6–12 m Dicke für eine anregende Kraft, deren Wirkung durch eine Sprungfunktion beschrieben wird, die Berücksichtigung einer relativ kleinen Zahl von Moden (3–6) ausreichend ist, um Struktur und Verhalten von Wellen zu beschreiben.

Bei Verwendung einer tiefenabhängigen Brunt-Väisälä-Frequenz (BVF) kann in der Regel keine analytische Lösung des Eigenwertproblems gefunden werden. Eine numerische Integration der vertikalen Eigenfunktionen liefert bei Verwendung einer tiefenabhängigen

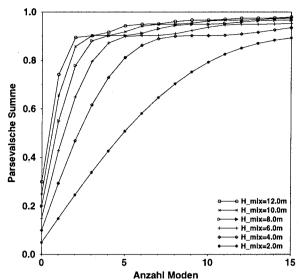


Abbildung 4.1: Parsevalsche Summe für 15 Moden, die Wassertiefe H beträgt 40 m.

BVF, wie sie sich aus der anfänglichen Dichteverteilung im Modell ergibt, das in Abb. 4.2a dargestellte Ergebnis. Aufgrund der vertikalen Aufteilung des Modells ist die Zahl der auflösbaren Moden eingeschränkt (bei N Schichten maximal N-1 Moden). Ein Vergleich der Abbildungen 4.2a und b (für ein exponentielles BVF-Profil, Daten liegen für dieselben Tiefen wie im Modell vor) zeigt für das exponentielle Profil ein deutlich besseres Ergebnis. Dies ist durch die nicht ausreichende Auflösung des Dichtesprungs im Modell, zwischen 10 m und 20 m Tiefe, bedingt. In diesem Tiefenbereich liegen nur 5 Datenpunkte, so daß das Normierungsintegral falsch bestimmt wird. Daher weisen bei Verwendung des Modell-Profils nur die ersten beiden Eigenfunktionen die korrekte Zahl von Nullstellen auf. Wie dieser Vergleich zeigt, ist nicht zu erwarten, daß das Modell für alle theoretisch auflösbaren vertikalen Moden eine korrekte Darstellung ermöglicht. Insbesonders in der Vertikalstruktur barokliner Kelvinwellen höherer Ordnung muß mit Verfälschungen gerechnet werden. Der Einfluß dieser Fehler auf die Modellergebnisse ist jedoch vernachlässigbar da, wie von Hsieh et al. 1983 gezeigt wird, aufgrund der im Modell vorhandenen horizontalen und vertikalen Viskosität, Wellen höherer Ordnung weggedämpft werden.

Die verschiedenen Abschnitte dieses Kapitels zeigen, welche Modellparameter küstennahe Prozesse beeinflussen. Die folgende Untersuchung beschränkt sich auf Änderungen in der küstennormalen Ausdehnung der eingangs genannten Phänomene sowie Änderungen in der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Kelvinwellen. Dazu werden Modelläufe mit unterschiedlichen horizontalen Gitterpunktabständen und solche mit unterschiedlich großen

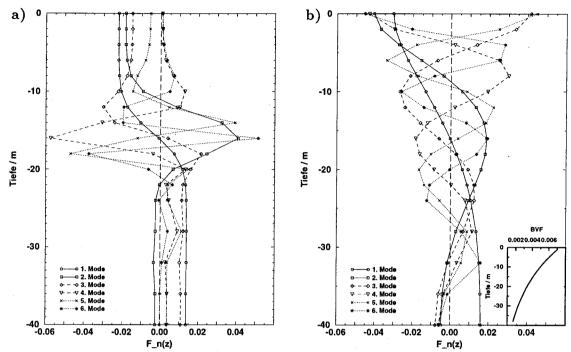


Abbildung 4.2: Darstellung der ersten sechs numerisch bestimmten vertikalen Eigenfunktionen. a) Für ein aus der anfänglich im Modell herrschenden Dichteschichtung ermitteltes BVF-Profil; b) Für ein exponentielles Profil der Brunt-Väisälä Frequenz.

Austauschkoeffizienten durchgeführt. Für diese Untersuchungen wird das Modell über der Westhälfte mit einem Ostwind der Stärke 3–4 Bft angeregt. Über der Osthälfte des Modellbeckens herrscht Windstille. Die horizontale Skala der im Modell zu beobachtenden küstennahen Prozesse wird durch den ersten baroklinen Rossby-Radius beschrieben. Dieser wird mit Hilfe des dem Modell vorgegebenen anfänglichen Dichteprofils bestimmt. Für den Rossby-Radius gilt in guter Näherung (s.o.)  $R_1 = \frac{1}{\lambda_1 f}$ . Der Eigenwert  $\lambda_1$  wird mittels numerischer Methoden gewonnen. Man erhält so für den reibungsfreien Fall  $R_1 = 7.457$  km.

## 4.1 Der Einfluß der Gitterweite auf die Phasengeschwindigkeit einer Kelvinwelle

In numerischen Modellen lassen sich Kelvinwellen nur dann darstellen, wenn mindestens der erste barokline Rossby-Radius ausreichend gut aufgelöst wird. Die Qualität der Darstellung wird zudem davon beeinflußt, in welcher Weise die Variablen auf dem Modellgitter verteilt sind. HSIEH et al. 1983 (s. a. Kap. 1.3.1) zeigen, daß im reibungsfreien Fall bei zunehmend gröber werdender Auflösung im Arakawa B-Gitter die Querskala der Kelvinwellen zunimmt, während sie im C-Gitter abnimmt.

In einer Reihe von Läufen mit den hier verwendeten B-Gitter Modell wird die horizontale Auflösung schrittweise verbessert. Dabei ist auch die gröbste Auflösung mit  $\sim 4$  km noch kleiner als der berechnete barokline Rossby-Radius. Es zeigt sich, daß die Breite der Kelvinwellen weniger als ihre Phasengeschwindigkeit beeinflußt wird. Diese ist geringer als die für den reibungsfreien Fall numerisch berechnete (88 cm/s) und nähert sich dieser mit verbesserter horizontaler Auflösung an (Abb. 4.3). Die Phasengeschwindigkeit im Modell ist aber selbst bei einer horizontalen Auflösung von 500 m noch 10-20 cm/s kleiner als die aus dem Eigenwert bestimmte.

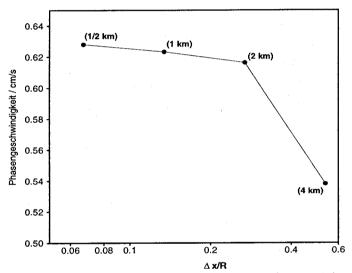


Abbildung 4.3: Beziehung zwischen Phasengeschwindigkeit (1. Mode) und Gitterweite ( $\Delta \times$ , R ist hier der 1. barokline Rossby-Radius).

Wie im folgenden gezeigt wird, kann die zu geringe Phasengeschwindigkeit zu einem großen Teil durch den Einfluß des horizontalen Austauschs erklärt werden. Die von HSIEH et al. 1983 (s. a. Kap. 1.3.1) definierte Größe  $\Delta$  (=  $\frac{\Delta x}{R}$ , Verhältnis von Gitterweite zu Rossby-Radius) ist bei einer Gitterweite von 500 m für den ersten baroklinen Rossby-Radius (~ 7500 m)  $\Delta$  = 0.067. Mit zunehmender Gitterweite wird  $\Delta$  größer (bis zu  $\Delta$  = 0.533 bei  $\Delta x$  = 4000 m). Die Abb. 1.9 (Kap. 1.3.1) zeigt die Reduktion der Phasengeschwindigkeit für ein B-Gitter Modell mit "no-slip" Randbedingung. Mit  $A_h$  = 10<sup>6</sup> cm²/s erhält man  $\epsilon \approx 2.56 \cdot 10^{-2}$  ( $\epsilon$ : Einfluß des küstenparallelen horizontalen Austauschs). Ohne Berücksichtigung der Größe  $\alpha$  (gemeinsamer Einfluß von küstennormalem horizontalen und vertikalem Austausch, führt in diesem  $\Delta$ -Bereich zu einer weiteren Verringerung der Phasengeschwindigkeit) erhält man einen Faktor von  $\sim 0.9$  ( $\Delta$  = 0.067) beziehungsweise

 $\sim 0.7$  ( $\Delta = 0.533$ ), um den die theoretisch ermittelte Phasengeschwindigkeit allein aufgrund des horizontalen Impulsaustauschkoeffizienten abnimmt (vergleiche HSIEH et al. 1983, ihre Abb. 6a). Dies bedeutet, in guter Übereinstimmung mit den in Abb. 4.3 dargestellten Ergebnissen, eine Verringerung der Phasengeschwindigkeit um  $\sim 10$  cm/s für eine Gitterweite von 500 m und  $\sim 25$  cm/s für eine Gitterweite von 4000 m.

HSIEH et al. 1983 sprechen von guter Auflösung der Kelvinwellen, wenn sich die Phasengeschwindigkeit nur in Abhängigkeit von  $\epsilon$  ändert. Modelle mit einer Gitterweite von 2000 m und einem horizontalen Austauschkoeffizienten von  $10^6$  cm<sup>2</sup>/s, wie sie in dieser Arbeit im folgenden verwendet werden, liegen gerade noch im Bereich guter Auflösung.

## 4.2 Der Einfluß der Austauschkoeffizienten auf den Rossby-Radius im Modell

Für diese Untersuchungen werden mehrere Modelläufe mit verschiedenen horizontalen Austauschkoeffizienten sowie verschiedenen Ansätzen für den vertikalen Austausch verwendet (siehe Tabelle 2). Abbildung 4.4 zeigt die Breite des Küstenstrahlstroms in Abhängigkeit von den Austauschkoeffizienten. Dargestellt ist die Breite der küstenparallelen Strömung im windfreien Teil des Beckens 2 Tage nach Beginn des Modellaufs. Die Breite der Strömung wird in einer Entfernung von 10, 20 und 30 Gitterpunkten (≈ 20 km, 40 km und 60 km) von der Windkante bestimmt. Als Windkante wird im folgenden die (imaginäre) Linie bezeichnet, die die Westhälfte des Modellbeckens (Ostwind) von der Osthälfte (kein Wind) trennt. Der mit der anfänglichen Dichteschichtung berechnete erste barokline Rossby-Radius beträgt 7457 m. Definiert man die Querskala des Küstenstrahlstroms durch den Abstand von der Küste in dem das Maximum der küstenparallelen Geschwindigkeitskomponente auf das  $\frac{1}{e}$ -fache absinkt, so ist diese in allen betrachteten Modelläufen größer als der berechnete erste barokline Rossby-Radius. Der errechnete Rossby-Radius würde im Modell einen Küstenstrahlstrom in einem 4 Gitterboxen (~ 8 km) weiten Streifen erzeugen. Die Breite der durch Kelvinwellen in den windfreien Teil des Modellbeckens transportierten Strömung ist in dem am weitesten vom Ursprung der Wellen entfernten Schnitt (Abb. 4.4 zonaler Index 70) höchstens zwei Gitterboxen größer. Bedenkt man die Definition der Variablen auf Gitterpunkten und somit die durch den Gitterpunktabstand vorgegebene Schrittweite von 2 km auf einem Schnitt senkrecht zur Küste, sind die meisten Ergebnisse zufriedenstellend. Die Querskala des Küstenstrahlstroms ist umso größer,

	$A_{hm} = A_{h \text{ Tr}} =$	$A_{hm} = 10^6 \frac{\text{cm}^2}{\text{s}}$	$A_{hm} = A_{h \text{ Tr}} =$	$A_{hm} = 2.5 \cdot 10^6 \frac{\text{cm}^2}{\text{s}}$
	$10^5 \frac{\text{cm}^2}{\text{s}}$	$A_{hm} = 10^6 \frac{\text{cm}^2}{\text{s}}$ $A_{h \text{ Tr}} = 10^5 \frac{\text{cm}^2}{\text{s}}$	10 <sup>6</sup> cm <sup>2</sup> /s	$A_{h{\rm Tr}} = 10^6  \frac{{\rm cm}^2}{{\rm s}}$
konstantes $A_v$ (CVM)			<b>♦</b>	·
$A_{vm} = 25  \frac{\text{cm}^2}{\text{s}}, A_{v  \text{Tr}} = 0.25  \frac{\text{cm}^2}{\text{s}}$				
an anfängliche Schichtung ange-	0	+	<b>♦</b>	*
paßtes Profil für $A_v$ (VVM)				
$A_{vm}=6\times50\frac{\mathrm{cm}^2}{\mathrm{s}},3\times25\frac{\mathrm{cm}^2}{\mathrm{s}},7\times1\frac{\mathrm{cm}^2}{\mathrm{s}};$				,
$A_{v \text{ Tr}} = 6 \times .5 \frac{\text{cm}^2}{\text{s}}, 3 \times .25 \frac{\text{cm}^2}{\text{s}}, 7 \times .1 \frac{\text{cm}^2}{\text{s}}$				
Richardson-Zahl abhängiges				
Schema zur Berechnung von $A_v$				
<sup>a</sup> (PPM, s. Kap.3)				
$\alpha = 5, n_m = 2, n_T = 3 \text{ (Standard)}$	0	+	<b>♦</b>	*
$\alpha = 1, n = 2 \text{ (Test)}$	0	,	<b>\$</b>	

Tabelle 2: Horizontale und vertikale Austauschkoeffizienten in den in diesem Kapitel verwendeten Modelläufen ( $\alpha$ , n frei wählbare Parameter im Schema nach Pacanowski und Philander 1981, s.a. Tab. 1 in Kap. 3).

je dichter der betrachtete Schnitt an der Windkante liegt (s. Abb. 4.4), da dieser Schnitt entsprechend früher von den Kelvinwellen passiert wird. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit und die Querskala der Kelvinwellen hängen also von der Größe der Austauschkoeffizienten ab. Der Einfluß der küstennormalen horizontalen Reibung dominiert in den betrachteten Modelläufen Form und Verhalten barokliner Kelvinwellen. In einem B-Gitter Modell mit lateraler Reibung bewirken schlechtere Auflösung und zunehmende laterale Reibung ( $\Delta$  und  $\epsilon$  anwachsend) gleichermaßen eine Verbreiterung der Wellen (s.a. Hsieh et al. 1983). Der Grad der Verbreiterung hängt allerdings nicht nur von der Größe des horizontalen Impulsaustauschkoeffizienten ab. Auch die Intensität des vertikalen Austausch spielt eine nicht vernachlässigbare Rolle. Der von Hsieh et al. 1983 verwendete Parameter  $\alpha$ , der die Wirkung von vertikalem und küstennormalem horizontalen Austausch zusammenfaßt, hat ebenfalls Einfluß auf die Breite des Strahlstroms. Ist  $\Delta < 1$ , wie in den hier betrachteten Modelläufen, so ist das Strömungsband umso breiter, je größer  $\alpha$  ist. Wenn der vertikale Austauschkoeffizient sehr klein ist, wie mit dem Richardson-Zahl abhängigen

<sup>&</sup>lt;sup>a</sup>für diese Modelle ist der vertikale Austauschkoeffizient im windfreien Gebiet nur unwesentlich verschieden vom Minimalwert ( $\nu_{bm} = 1 \text{ cm}^2/\text{s}$ ,  $\nu_{b\text{Tr}} = 0.1 \text{ cm}^2/\text{s}$ )

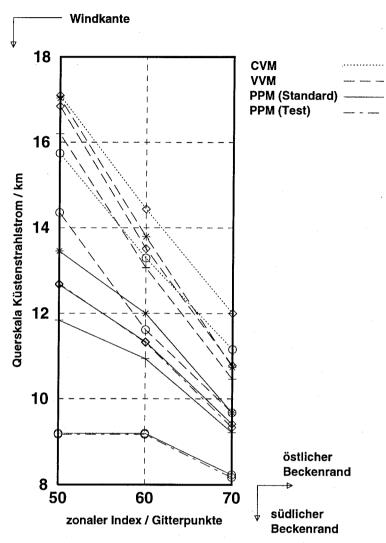


Abbildung 4.4: Querskala des Küstenstrahlstroms (aufgetragen entlang der Ordinate, zur Bestimmung siehe Text) nach 2 d für verschiedene Werte der horizontalen und vertikalen Austauschkoeffizienten (Bedeutung der Symbole und Abkürzungen siehe Tab. 1 und 2). Die Kelvinwellen laufen entlang des südlichen Beckenrands. Senkrechte und waagerechte Linien symbolisieren die horizontalen Grenzen der Gitterboxen.

Austauschansatz, ist auch  $\alpha$  sehr klein. Für die Modelläufe mit einem in Abhängigkeit von der Richardson-Zahl berechneten vertikalen Austauschkoeffizienten fällt die Verbreiterung des Randstroms bei gleicher Größe der horizontalen Austauschkoeffizienten am geringsten aus. Der vertikale Austauschkoeffizient ist in diesen Modelläufen sehr klein, er weicht nur im Bereich der Sprungschicht (zwischen 8 m und 16 m) und am Boden etwas vom festgelegten Minimalwert ( $\nu_b$ , s. Tab. 1) ab. Im Bereich der vom Wind angetriebenen Strömungen im Westteil des Beckens weisen die oberen 6 m der Wassersäule, bedingt durch die starke Stromscherung, größere Koeffizienten auf. Dabei sind die gewählten Parameter in den Gleichungen zur Berechnung der Koeffizienten ohne Bedeutung für die

Breite der Strömung (Abb. 4.4, —— und  $-\cdot-\cdot$ ). Ist der vertikale Austausch größer, wie in den Modelläufen mit zeitlich konstanten vertikalen Austauschkoeffizienten (CVM und VVM), so ist, trotz gleichem horizontalen Austausch, der Parameter  $\alpha$  in diesen Modelläufen größer als für die entsprechenden PPM Modelläufe. Daher ist die Querskala der Kelvinwelle im windfreien Gebiet östlich der Windkante in den Modelläufen CVM und VVM bei gleichem  $A_{hm}$  und  $A_{hTr}$  größer (vergleiche Abb. 4.4). Die Größe des dimensionslosen Parameters  $\alpha$  ist auch vom Temperatur— und Salzgehaltsaustausch abhängig (s. Abschnitt 1.3.2 und HSIEH et al. 1983), so daß ein größerer Koeffizient  $A_{hTr}$  ebenfalls zu einem größeren  $\alpha$  führt. Dies erklärt die in Abb. 4.4 erkennbaren Unterschiede in der Breite des Küstenstrahlstroms für Modelläufe, die sich nur im horizontalen Temperatur— und Salzgehaltsaustausch unterscheiden. Der Einfluß einer sich zeitlich ändernden Dichteschichtung auf die Kelvinwellen wird in Kapitel 5 untersucht.

Ändert man in Modellen mit Richardson-Zahl abhängigen vertikalen Austauschkoeffizienten (PPM) die Größe der horizontalen Austauschkoeffizienten, so erweist sich die Größe der  $A_{vm}$  (10 – 20 cm<sup>2</sup>/s) als umgekehrt proportional zu der der  $A_{hm}$ . Die Änderung in der Breite des Küstenstrahlstroms bei größer werdenden horizontalen Austauschkoeffizienten ist in den Modelläufen mit Richardson-Zahl abhängigem Austauschansatz am größten. In diesen Modellen ist der Einfluß von  $\epsilon$ , dem dimensionslosen Parameter für die horizontale Reibung, groß gegenüber dem Einfluß von  $\alpha$ , jedoch nimmt der Einfluß von  $\alpha$  mit zunehmendem  $A_h$  zu. Letzteres ist eine mögliche Erklärung für die stark unterschiedlichen Querskalen in den PPM Läufen mit unterschiedlichem  $A_h$ .

In den Modelläufen mit zeitlich konstanten Austauschkoeffizienten ist dies umgekehrt. Bei einem fest vorgegebenen Vertikalprofil für die Koeffizienten  $A_v$  (VVM) kommt es mit zunehmendem zeitlichen Abstand vom Durchgang der ersten Kelvinwellen zu den größten Änderungen in der Breite der Strömung. In der Nähe der Windkante ist der Küstenstrahlstrom fast doppelt so breit wie auf dem am weitesten davon entfernten Schnitt. Jedoch sind die Unterschiede zwischen den Modellen bei Änderung der horizontalen Koeffizienten weniger groß. In diesen Modelläufen ist der vertikale Austauschkoeffizient in den oberen 12 m der Wassersäule größer als in allen anderen. Der Parameter  $\alpha$  ist groß und wird durch den vertikalen Austausch dominiert.

Die Modelle mit horizontal und vertikal konstantem  $A_v$  (CVM) weisen die breitesten Strombänder auf. Ihre Verbreiterung mit zunehmender Strömungsdauer ist nahezu linear. Die Unterschiede bei einer Verzehnfachung der horizontalen Austauschkoeffizienten sind jedoch geringer als in den Modellen mit berechneten  $A_v$  (PPM) oder vorgegebenem Vertikalprofil der  $A_v$  (VVM).

Die Unterschiede in der küstennormalen Struktur der Strömung im windfreien Gebiet der betrachteten Modelläufe (Abb. 4.4) lassen sich gut aus der unterschiedlichen Bedeutung der dimensionslosen horizontalen ( $\epsilon$ ) und vertikalen ( $\alpha$ ) Reibungsparameter für die verschiedenen Ansätze für die vertikalen Austauschkoeffizienten (CVM, VVM und PPM) im Zusammenspiel mit unterschiedlich großen horizontalen Koeffizienten verstehen. Die Vertikalstruktur des Küstenstrahlstroms ist in allen Modellen unbeeinflußt von den horizontalen Austauschkoeffizienten.

Zusammenfassend läßt sich feststellen, daß die Einführung eines fest vorgegeben Vertikalprofils für die  $A_v$  gegenüber konstanten vertikalen Austauschkoeffizienten nicht notwendig zu einer Veränderung der Ergebnisse bei der Untersuchung von durch den Wind hervorgerufenen Phänomenen, wie küstennahen Auftriebsgebieten oder Küstenstrahlströmen, führt. Erst die Einführung eines Konzeptes mit zeitlich veränderlichen vertikalen Austauschkoeffizienten führt zu einer deutlichen Veränderung der Ergebnisse in diesem Punkt. Hierbei ist jedoch die stärkere Abhängigkeit der Ergebnisse von der Größe der horizontalen Austauschkoeffizienten zu beachten. Während in den Modelläufen mit zeitlich konstanten vertikalen Aufstauschkoeffizienten die Größe des horizontalen und vertikalen Austausch unabhängig voneinander ist, kommt es in den Modelläufen mit zeitlich variablem vertikalen Austausch zur Wechselwirkung zwischen horizontalem und vertikalem Austausch. Dies hängt mit der Abhängigkeit der Größe der vertikalen Austauschkoeffizienten von der Stromscherung zusammen.

Beim Vergleich zwischen den Modellen mit zeitlich konstanten vertikalen Austauschkoeffizienten (CVM, VVM) und dem Modell mit zeitabhängigen vertikalen Austauschkoeffizienten (PPM) muß man auch berücksichtigen, daß bei letzterem der im Mittel vorhandene vertikale Austausch nur etwa 1/10 so groß ist wie in den Modellen CVM und VVM (für die  $A_v$  im Mittel etwa gleich groß ist). In Kapitel 8 wird am Beispiel von Trägheitswellen

gezeigt, wie sich die Ergebnisse eines Modellaufs mit fest vorgegebenem Vertikalprofil der vertikalen Austauschkoeffizienten (VVM2, s. Kap. 8) an die eines Modells mit Richardson-Zahl abhängigen Koeffizienten (PPM) angleichen, wenn man die  $A_v$  in den einzelnen Schichten annährend so groß wählt, wie sie maximal für PPM werden und auch ein entsprechendes Vertikalprofil vorschreibt. Da bei hoher Auflösung die Verringerung des horizontalen oder vertikalen Austauschs zu einer genaueren Darstellung von Kelvinwellen führt, sind Modelle mit variablen Austauschkoeffizienten (PPM) solchen mit konstanten Koeffizienten (CVM, VVM) überlegen.

## 4.3 Der Einfluß der Austauschkoeffizienten auf die Phasengeschwindigkeit von Kelvinwellen

Die in diesem Abschnitt beschriebenen Modelläufe werden mit einem Wind angetrieben, der nur in der westlichen Beckenhälfte von Null verschieden ist. In dieser Konfiguration läßt sich die Ausbreitung von Kelvinwellen gut untersuchen. Die Geschwindigkeit, mit der sich das durch den ersten Mode einer Kelvinwelle transportierte Strömungssignal im windfreien Teil des Beckens ausbreitet, läßt sich aus Zeitreihen der küstenparallelen Geschwindigkeitskomponente bestimmen. Dafür wird das Geschwindigkeitssignal alle 20 Minuten registriert. Abbildung 4.5 zeigt ein Beispiel für eine so gewonnene Zeitreihe. Das Eintreffen des Signals an einem Punkt im windfreien Teil des Modellbeckens wird

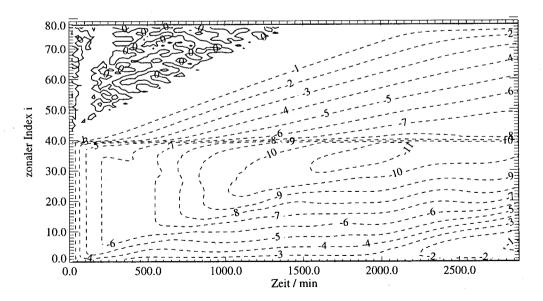


Abbildung 4.5: Zeitreihe der zonalen Geschwindigkeitskomponente (u) an der Küste für ein Modell mit VVM  $(A_h = 10^6 \text{ cm}^2/\text{s})$ .

durch Überschreiten einer Grenzgeschwindigkeit an diesem Punkt markiert. Die Grenzgeschwindigkeit muß sich eindeutig vom computerbedingten und numerischen Rauschen in der küstenparallelen Geschwindigkeitskomponente unterscheiden. Ihre Festlegung ist, innerhalb eines gewissen Rahmens, willkürlich. Abbildung 4.6 zeigt die über eine Entfernung von 35 Gitterpunkten (~ 70 km) mit einem Grenzwert von 1 cm/s ermittelte Fortpflanzungsgeschwindigkeit für verschiedene Modelläufe.

Es werden Modelläufe mit drei verschiedenen Ansätzen für die vertikale Vermischung sowie unterschiedlich großen Koeffizienten für die horizontale Vermischung miteinander verglichen (siehe Tabelle 2). Für Modelläufe mit festen horizontalen Austauschkoeffizienten ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit bei Verwendung des einfachsten Ansatzes für die vertikale Vermischung, räumlich und zeitlich konstanten Koeffizienten (CVM), am geringsten. Am größten ist sie in den Modelläufen mit Richardson-Zahl abhängigen vertikalen Austauschkoeffizienten (PPM). Die größten Unterschiede zwischen Modelläufen mit festem Ansatz für den vertikalen Austausch, aber unterschiedlichen horizontalen Koeffizienten bestehen bei Verwendung eines fest vorgegebenen Vertikalprofils der vertikalen Austauschkoeffizienten (VVM). Wie HSIEH et al. 1983 (siehe auch Abschnitt 1.3.2 und die Abbildungen 1.9 und 1.10) zeigen, ist die Phasengeschwindigkeit einer Kelvinwelle nicht nur von der senkrecht zur Küste wirkenden Viskosität ( $\epsilon$ ) abhängig, sondern auch von der vertikalen Viskosität ( $\alpha$ ). In den in diesem Abschnitt untersuchten Modelläufen liegt der dimensionslose Parameter  $\epsilon$  für  $R_1$  zwischen 0.07 und 0.003. Nimmt man eine mittlere BVF ( $\bar{N}^2 = 3.5464 \cdot 10^{-3} \text{ 1/s}^2$ ) und einen vertikalen Austauschkoeffizienten von 25 cm²/s an, so erhält man für  $\alpha$  Werte zwischen 0.16 und 0.2 ( $\alpha$  wächst an, wenn  $A_h$  größer wird). Das bedeutet, der Parameter  $\alpha$  ist gegenüber dem Parameter  $\epsilon$ nicht mehr vernachlässigbar klein. Vertikale Viskosität und parallel zur Küste wirkende horizontale Viskosität üben daher einen spürbaren Einfluß auf die Phasengeschwindigkeit aus. Die Auflösung ( $\Delta$ ) der untersuchten Modelläufe ist für den ersten baroklinen Rossby-Radius 0.2. Bei dieser Auflösung ist die Phasengeschwindigkeit umso kleiner, je größer der Parameter  $\alpha$  ist. Ist der Wert von  $A_v$  deutlich kleiner als im obigen Beispiel angenommen, wie dies in den Modelläufen mit PPM der Fall ist, so ist der Einfluß der vertikale und küstenparallelen horizontalen Viskosität (Parameter  $\alpha$ ) vernachlässigbar und die Phasengeschwindigkeiten sind entsprechend höher. In diesem Fall spielt nur noch die Verringerung der Phasengeschwindigkeit der Kelvinwellen durch die horizontale, senkrecht

zur Küste wirkende Viskosität  $(\epsilon)$  eine Rolle.

Die aus den verschiedenen Modelläufen erhaltenen Fortpflanzungsgeschwindigkeiten für das Signal der küstenparallelen Geschwindigkeitskomponente (s. Abb. 4.6) sind im Einklang mit den von HSIEH et al. 1983 durch analytische Abschätzungen gefundenen Abhängigkeiten der Phasengeschwindigkeit von Kelvinwellen von vertikaler und horizontaler Viskosität. Eine genauere Betrachtung der Ergebnisse zeigt, daß die Tendenz einer mit größer werdenden Austauschkoeffizienten kleiner werdenden Fortpflanzungsgeschwindigkeit nicht mehr eindeutig zu erkennen ist, wenn die Grenzgeschwindigkeit kleiner (z.B. 0.1 cm/s) ist als 1 cm/s. Jedoch ist bei kleinerer Grenzgeschwindigkeit die größte erreichte Fortpflanzungsgeschwindigkeit (zu Beginn, wenn der Einfluß der Viskosität noch nicht spürbar ist) in allen Modelläufen ähnlich. Ein Vergleich mit der im Anhang B hergeleiteten analytischen Lösung der Gleichung für die küstenparallele Geschwindigkeitskomponente unter Berücksichtigung vertikaler Reibung (Gl. 32) zeigt, daß bei fest vorgegebenen vertikalen Austauschkoeffizienten die erreichte Fortpflanzungsgeschwindigkeit vom Betrag der küstenparallelen Geschwindigkeit abhängt. Dies erklärt die unterschiedlichen Ergebnisse bei unterschiedlichen Grenzgeschwindigkeiten. Unabhängig von der Größe der Grenzgeschwindigkeit nimmt die Fortpflanzungsgeschwindigkeit (gemessen über eine feste Strecke) mit zunehmender Entfernung vom Ursprung des Signals (Zeit und damit Einfluß der Viskosität nehmen zu) ab. In den Modelläufen mit VVM ist die Verlangsamung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit um so stärker, je größer die horizontalen Austauschkoeffizienten sind.

Wie die Abhängigkeit der aus den Modelldaten gewonnenen Werte für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des küstenparallelen Geschwindigkeitssignals von der Größe der gewählten Grenzgeschwindigkeit zeigt, ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit nicht mit der Phasengeschwindigkeit des ersten Modes einer Kelvinwelle gleichzusetzen. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit wird von der Größe der küstenparallelen Geschwindigkeitskomponente beeinflußt. Das Maximum der küstenparallelen Strömungsgeschwindigkeit im windfreien Teil des Modellbeckens ist umso größer, je kleiner die vertikalen Austauschkoeffizienten sind (CVM,  $|u| \approx 8.5 \text{ cm/s} \rightarrow \text{VVM}$ ,  $|u| \approx 9 \text{ cm/s} \rightarrow \text{PPM}$ ,  $|u| \approx 22 \text{ cm/s}$ ). Mit Ausnahme der Modelläufe mit CVM wird die erreichte Maximalgeschwindigkeit bei Vergrößerung der horizontalen Austauschkoeffizienten kleiner  $(A_h = 10^5 \text{ cm}^2/\text{s} \rightarrow A_{hm} = 10^6 \text{ cm}^2/\text{s}$ ,

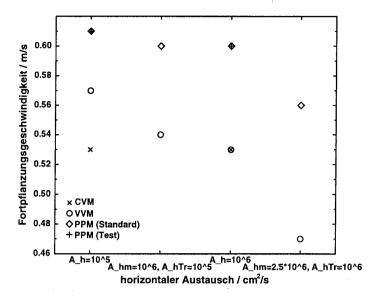


Abbildung 4.6: Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des küstenparallelen Geschwindigkeitssignals in Modelläufen mit unterschiedlichen horizontalen und vertikalen Austauschkoeffizienten bei einer Grenzgeschwindigkeit von 1 cm/s (Bezeichnungen siehe Tab. 1 und 2).

 $A_{h\,\mathrm{Tr}}=10^5~\mathrm{cm^2/s} \to A_h=10^6~\mathrm{cm^2/s} \to A_{hm}=2.5\cdot 10^6~\mathrm{cm^2/s}, \, A_{h\,\mathrm{Tr}}=10^6~\mathrm{cm^2/s}).$  Die Dämpfung, d.h. die abnehmende Beschleunigung des Küstenstrahlstroms, ist bei großen, konstanten vertikalen Austauschkoeffizienten stärker als bei kleinen, zeitlich und räumlich variablen vertikalen Austauschkoeffizienten. Eine Vergrößerung der horizontalen Austauschkoeffizienten führt zu stärkerer Dämpfung. Dieser Effekt wird in den Modelläufen mit PPM durch die Wechselwirkung zwischen vertikalem Austausch und Strömungsgeschwindigkeit noch verstärkt. Es zeigt sich also, daß die von Hsieh et al. 1983 prognostizierte Abhängigkeit der Phasengeschwindigkeit von Kelvinwellen und die Abhängigkeit der im Küstenstrahlstrom erreichten Geschwindigkeiten und Beschleunigungen von den Austauschkoeffizienten dieselben sind wie im Modell. Diese Untersuchungen zeigen auch, daß die Geschwindigkeit, mit der sich Kelvinwellen ausbreiten, nicht vollständig durch die Schichtung (entsprechend  $c_p=\frac{1}{\lambda}$ ) beschrieben wird. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit wird im Modell auch von nichtlinearen und numerischen Effekten beeinflußt.

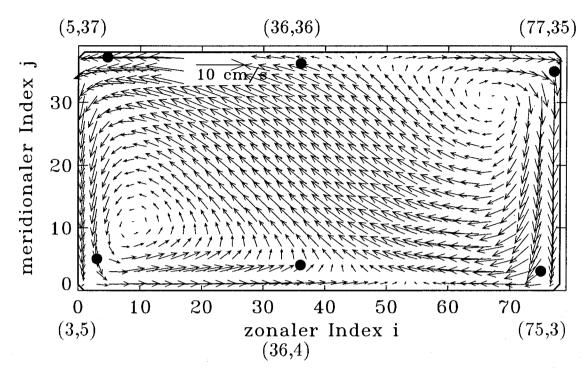


Abbildung 5.1: Strömungsvektoren in 3 m Tiefe nach 5 Tagen Ostwind über dem ganzen Modellbecken für ein Modell mit VVM. • Positionen der "Meßstationen".

## 5 Die Bedeutung von Dichteschichtung und Küstenkonturen für die Eigenschaften von Kelvinwellen

# 5.1 Wechselwirkung zwischen Schichtung und Fortpflanzungsgeschwindigkeit

In diesem Kapitel soll gezeigt werden, daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit eines Signals im Modell von der Tiefe der Sprungschicht entlang des zurückgelegten Wegs abhängig ist. Die betrachteten Modelläufe werden 10 Tage lang mit einem Ostwind (3–4 Bft) über dem gesamten Modellbecken angeregt. Die horizontalen Austauschkoeffizienten sind  $10^5$  cm²/s groß. Der vertikale Austausch wird durch konstante Koeffizienten (CVM), ein fest vorgegebenes Vertikalprofil konstanter Kodeffizienten (VVM) oder räumlich und zeitlich variable Koeffizienten (PPM) parametrisiert (siehe Tabelle 2). Abbildung 5.1 zeigt die Strömung in einem Modellauf mit VVM. Die Position der zu Beginn des Modellaufs angeregten Kelvinwellen läßt sich in der Abbildung am Vorzeichenwechsel in der küstenparallelen Geschwindigkeitskomponente erkennen. Die Wellen haben nach 5 Tagen (Abb. 5.1) unterschiedlich lange Strecken zurückgelegt. Der Unterschied in der Weglänge hängt mit der Änderung des Dichteprofils an den Rändern des Modellbeckens

durch Auftrieb beziehungsweise Absinken von Wasser zusammen. Je geringer die Tiefe der Sprungschicht ist, desto geringer ist die Phasengeschwindigkeit einer Kelvinwelle. Die durch die lineare Theorie gegebene Verknüpfung der Phasengeschwindigkeit der baroklinen Kelvinwellen mit der Dichteschichtung wird durch nichtlineare Effekte modifiziert. CLARKE 1977b diskutiert qualitativ den Effekt von vertikalen Auslenkungen der Dichtesprungschicht auf die Ausbreitung von Kelvinwellen. Der wesentliche Unterschied zwischen linearer und nichtlinearer Theorie besteht darin, daß bei Anwendung letzterer die Phasengeschwindigkeit der Kelvinwellen von ihrer Amplitude abhängt. Diese nimmt ab, wenn die Tiefe der Dichtesprungschicht abnimmt. In diesem Fall ist die "nichtlineare Phasengeschwindigkeit" geringer als die aus der linearen Theorie erhaltene. Wächst hingegen die Tiefe der Sprungschicht, so ist die "nichtlineare Phasengeschwindigkeit" größer als die "lineare". Durch die nichtlinearen Rückkopplungsmechanismen wird Auftrieb verstärkt (die Kelvinwelle braucht länger, bis sie das Auftriebsgebiet durchquert hat), das Absinken von Wasser hingegen verringert (ein Gebiet, in dem Wasser absinkt, wird von der Kelvinwelle schneller durchquert) verglichen mit der linearen Theorie. Diesem nichtlinearen Effekt wirkt allerdings der Einfluß der Reibung im Modell entgegen, die einen genau entgegengesetzten Effekt hat (CLARKE 1977a).

#### 5.1.1 Die zeitliche Entwicklung der Brunt-Väisälä-Frequenz

Die Brunt-Väisälä-Frequenz (BVF) bestimmt die Größe der Eigenwerte bei der Lösung des vertikalen Eigenwertproblems. Die Phasengeschwindigkeit von Kelvinwellen läßt sich daraus gemäß  $c_{Pn} = \frac{1}{\lambda n}$  bestimmen (s. Kap. 4 Anfang). Aus den Vertikalprofilen von Temperatur und Salzgehalt an verschiedenen küstennahen Modellpunkten wird die sich mit der Zeit ändernde vertikale Dichteverteilung berechnet. Daraus wird die zugehörige BVF bestimmt. Am Beispiel des Modellaufs mit VVM soll die zeitliche Entwicklung der BVF an den in Abbildung 5.1 gekennzeichneten Punkten betrachtet werden. In dem Auftriebsgebiet, das sich im Modellbecken am Ostrand und an Teilen des Südrands bildet, liegt das Maximum des BVF-Profils, wie zu Beginn des Modellaufs, in etwa 15 m Tiefe (Abb. 5.2e).

Oberhalb dieses Maximums steigt die BVF im Laufe der Zeit kontinuierlich an, während sie unterhalb abnimmt. Der Maximalwert selbst wird, durch einen fortschreitenden Abbau der Sprungschicht, ebenfalls kleiner. Die vertikale Geschwindigkeitskomponente ist in der Südostecke des Modellbeckens während der ersten Tage aufwärts gerichtet. In guter

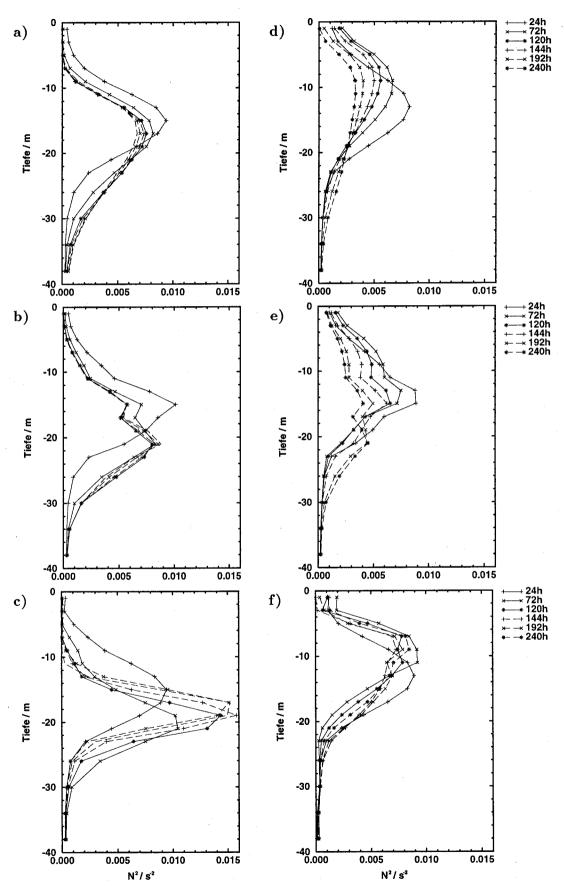


Abbildung 5.2: Brunt-Väisälä-Frequenz zu verschiedenen Zeitpunkten am südwestlichen (a-c) und südöstlichen (d-f) Meßpunkt. a,d) CVM; b,e) VVM; c,f) PPM (Beschreibung der Modelläufe siehe Text).

Übereinstimmung mit der Entwicklung der BVF in diesem Punkt (s. Abb. 5.2e) findet man die größten Vertikalgeschwindigkeiten im oberen Bereich der Sprungschicht. Die Temperatur- und Salzgehaltsverteilung in der Wassersäule wird durch die Vertikalbewegungen direkt beeinflußt. Die damit verknüpften Änderungen der Dichteschichtung ziehen ein geändertes BVF-Profil nach sich. Etwa 6 Tage nach Beginn des Modellaufs erreicht die in der Nordwestecke des Beckens entstandene Kelvinwelle den betrachteten Punkt. Das von ihr transportierte Signal abwärts gerichteter Vertikalbewegung mit Maximalgeschwindigkeiten in 15-20 m Tiefe führt, im Modellauf mit VVM, zu einer Aufspaltung der Sprungschicht. Ihr oberer Teil bleibt in der ursprünglichen Tiefe, der untere Teil wird in etwa 20 m Tiefe verlagert, wo man am Ende des Modellaufs die größten BVF-Werte findet. In der Nähe der Oberfläche (d.h. in weniger als 10 m Tiefe) wird das Strömungsmuster direkt vom Windantrieb geprägt. In der Südostecke des Modellbeckens (vergl. Abb. 5.2e) herrscht in dieser Tiefe fast während des gesamten Modellaufs Auftrieb, der zu einem beschleunigten Abbau des oberen Teils der Sprungschicht führt. Der kombinierte Effekt von Kelvinwellen- und windgeprägter Dynamik liefert so die Erklärung für die Vertikalverteilung der Brunt-Väisälä Frequenz (BVF) an diesem Punkt nach 10 Tagen.

Am Westrand und an Teilen des Nordrands sinkt das durch den Wind aufgestaute Wasser ab. In der Südwestecke des Modellbeckens liegt das Maximum der BVF nach 5 Tagen etwa 6 m tiefer als zu Beginn des Modellaufs (Abb. 5.2b). An diesem Punkt findet man während der ersten 4 Tage des Modellaufs in einem Bereich zwischen 10 m und 20 m Tiefe eine abwärts gerichtete Vertikalgeschwindigkeit gleichmäßiger Stärke von maximal |1.25| cm/s. Sowohl Salzgehalts— als auch Temperatursprungschicht liegen innerhalb dieses Bereichs und werden im wesentlichen unverändert in größere Tiefe verlagert. Nach etwa 4 Tagen findet man im Südwesten des Modellbeckens nur noch sehr schwache Vertikalbewegungen. Dies erklärt, warum sich das BVF-Profil bis zum Ende des Modellaufs kaum noch ändert (s. Abb. 5.2b).

Allgemein läßt sich feststellen, daß es im Modellauf VVM fast im gesamten Modellbekken zu einer Verlagerung der Sprungschicht in größere Tiefe kommt. Dies bringt eine entsprechende Verschiebung des Maximums der BVF mit sich. Im Südosten des Beckens, wo vorwiegend Auftrieb herrscht, kommt es dabei zum Abbau der vertikalen Gradienten in Temperatur- und Salzgehaltverteilung. Im Nordwesten, wo Wasser absinkt, ist eher eine

Verstärkung der Gradienten zu beobachten. Dies zeigt auch die zeitliche Entwicklung der Vertikalprofile der BVF in den Abbildungen 5.2b (Punkt (3,5) in Abb. 5.1) und 5.2e (Punkt (75,3) in Abb. 5.1). An allen untersuchten Punkten des Modellbeckens (s. Abb. 5.1) findet man eine mehr oder weniger stark ausgeprägte Aufspaltung des Maximums der BVF, wie sie für die Südostecke des Beckens beschrieben wurde.

Die Ergebnisse des Modellaufs VVM sollen nun mit denen anderer Läufe, die sich nur in der Parameterisierung der Koeffizienten für den vertikalen Austausch von Masse und Impuls unterscheiden, verglichen werden. Im Auftriebsgebiet im Südosten des Modellbekkens gibt es in den sich entwickelnden horizontalen und vertikalen Strömungsmustern große strukturellen Ähnlichkeiten zwischen den 3 betrachteten Modelläufen. Die Unterschiede in der Größe der einzelnen Geschwindigkeitskomponenten ergeben sich aus der unterschiedliche Größenordnung der vertikalen Austauschkoeffizienten. Sind diese zum Beispiel sehr klein, wie in dem Modellauf mit zeitlich variablen Koeffizienten (PPM), so kommt es zu hohen horizontalen Geschwindigkeiten und entsprechend stärkeren Vertikalbewegungen an den Rändern des Modellbeckens. Der unterschiedliche Verlauf der Vertikalprofile der Brunt-Väisälä-Frequenz (BVF, Abbildung 5.2d-f) kann unter anderem auf die Größenunterschiede der vertikalen Strömungskomponente in den mit unterschiedlichem vertikalen Austausch gerechneten Modelläufen zurückgeführt werden. Wie in dem zu Beginn des Kapitels beschriebenen Modellauf VVM kommt es auch in den anderen Modelläufen oberhalb von 10 m Tiefe zu einer Erhöhung der BVF. Dabei wird in den Modelläufen CVM (mit räumlich und zeitlich konstanten Koeffizienten) und PPM das Maximum der BVF advektiv in diesen Tiefenbereich verlagert (Abb. 5.2d, f). Während es allerdings in den Modelläufen mit zeitlich konstanten Austauschkoeffizienten (CVM, VVM) zu einem, diffusiven, Abbau der vertikalen Gradienten in der Sprungschicht kommt (Abb. 5.2d, e), bleiben diese im Modellauf PPM (Abb. 5.2f) nahezu unverändert erhalten. Dies hängt wesentlich mit dem Vertikalprofil der vertikalen Austauschkoeffizienten  $A_v$  in den verschiedenen Modelläufen zusammen. Während in den Modelläufen CVM und VVM die  $A_v$ bis in eine Tiefe von 18 m groß sind und trotz der geringeren Stromgeschwindigkeiten zum Abbau der Gradienten und somit einer Verringerung der maximalen BVF beitragen, sind die  $A_v$  im Modellauf PPM unterhalb von 6–10 m klein, so daß trotz hoher Stromgeschwindigkeiten kein Abbau der vertikalen Gradienten erfolgt.

In den Küstenbereichen im Nordwesten des Modellbeckens, wo Wasser absinkt, ist während der ersten Tage in allen Modelläufen ein Absinken des Maximums der BVF um eine (CVM) beziehungsweise mehrere Schichten (VVM, PPM) zu beobachten (vergleiche Abb. 5.2a-c für den Südwestpunkt). Dabei zeigen die Profile der BVF für die Modelläufe mit konstanten (CVM, Abb. 5.2a) beziehungsweise zeitlich variablen (PPM, Abb. 5.2c) A, im Bereich der Dichtesprungschicht (~ 12-22 m) einen glatteren Verlauf als die Profile des zu Beginn des Kapitels beschriebenen Laufs VVM (Abb 5.2b). Nach den ersten 4-5 Tagen der Modelläufe sind die Änderungen im Vertikalprofil der BVF im nordwestlichen Küstenbereich nur noch klein. Nur im Modellauf PPM sind die Maximalwerte der BVF nach 10 Tagen in dem Bereich, wo Wasser absinkt, fast doppelt so groß wie zu Beginn des Laufs. Das heißt, in diesem Modell kommt es zu einer Vertiefung der homogenen Deckschicht und einer Verstärkung der Dichtesprungschicht. Dies zeigen auch die entsprechenden Zeitreihen der vertikalen Geschwindigkeitskomponente und der Temperatur- und Salzgehaltsverteilung (ohne Abbildung). In den Modelläufen VVM und PPM findet man in den Schichten, in denen sich die  $A_v$  sprunghaft ändern (zwischen 12 m und 14 m Tiefe im Lauf VVM, in etwa 4 m Tiefe in Lauf PPM) auch eine deutliche Änderung in den BVF-Profilen an allen untersuchten Punkten im Becken (s. Abb. 5.1). Das liegt daran, daß der vertikale Austausch von Temperatur und Salz oberhalb von  $\sim 6$  m (PPM) bzw.  $\sim 12$  m (VVM) wesentlich schneller erfolgt als darunter, wodurch es zu einem unterschiedlich schnellen Abbau vorhandener Dichtegradienten kommt.

Faßt man die Ergebnisse der vorangegangenen Untersuchung zusammen, so besteht der wesentliche Unterschied zwischen den Modelläufen VVM und CVM darin, daß der Abbau der starken vertikalen Temperatur- und Salzgehaltsgradienten im Lauf CVM von den Rändern der Sprungschicht her erfolgt, während im Lauf VVM innerhalb der Sprungschicht ein Abbau der Gradienten erfolgt und diese an den Rändern erhalten bleiben. Der Modellauf PPM weist demgegenüber ein völlig anderes Verhalten auf. Hier kommt es nirgendwo zu einem nennenswerten Abbau der vertikalen Gradienten in der Sprungschicht. Ganz im Gegenteil werden diese im Norden und Westen des Modellbeckens noch weiter verstärkt, was dort am Ende des Modellaufs zu einem gegenüber dem Anfangswert stark erhöhten Wert des Maximums der BVF führt. Diese Ergebnisse haben auch Auswirkungen auf die Entwicklung der Phasengeschwindigkeit von Kelvinwellen, wie im folgenden gezeigt wird.

### 5.1.2 Die zeitliche Entwicklung der Phasengeschwindigkeit

Die Tiefe der Dichtesprungschicht an verschiedenen Punkten im Modellbecken beeinflußt die Phasengeschwindigkeit an diesen Punkten (CLARKE 1977b). Die lokalen Phasengeschwindigkeiten werden für diese Untersuchungen aus dem ersten baroklinen Eigenwert berechnet, wie er sich aus der numerisch ermittelten Lösung des Eigenwertproblems für eine tiefenabhängige BVF ergibt (siehe auch Kap. 4). Das Eigenwertproblem wird dafür mit dem zu verschiedenen Zeiten an den in Abb. 5.1 gezeigten Punkten ermittelten BVF-Profil gelöst. Wie Abbildung 5.3 zeigt, gibt es deutliche Unterschiede zwischen der Entwicklung der Geschwindigkeit am Ost- beziehungsweise Westrand des Modellbekkens. Im Bereich des Auftriebsgebiets im östlichen Teil des Südrands und am Ostrand kommt es in allen Modelläufen während der ersten Tage zu einer rapiden Abnahme der Phasengeschwindigkeit. In der Südostecke des Modellbeckens wird die geringste Phasengeschwindigkeit im Modellauf PPM nach 4 Tagen erreicht (Abb. 5.3c --), sie liegt um 12 cm/s unterhalb des Anfangswerts für den ersten Mode, der 88 cm/s ist. In den Modelläufen mit zeitlich konstanten vertikalen Austauschkoeffizienten werden die geringsten Phasengeschwindigkeiten am Ende des Modellaufs erreicht. Sie liegen um 20 cm/s (VVM, Abb. 5.3b → beziehungsweise 25 cm/s (CVM, Abb. 5.3a → unter dem Anfangswert. Die zeitliche Entwicklung nach den ersten Tagen ist in den Modelläufen verschieden. In dem Lauf mit konstanten Koeffizienten (CVM, Abb. 5.3a) nimmt die Geschwindigkeit langsam weiter ab. In dem Modellauf mit vorgegebenem Vertikalprofil der vertikalen Austauschkoeffizienten (VVM, Abb. 5.3b) bleibt sie nach 5 Tagen weitgehend konstant und in dem Modellauf PPM (Abb. 5.3c) steigt nach 4 Tagen die Phasengeschwindigkeit. Das Ansteigen der Geschwindigkeit in diesem Modellauf läßt sich mit dem Durchgang der Kelvinwelle aus der Nordwestecke verknüpfen. Das kann man am zeitlich aufeinanderfolgenden Auftreten erhöhter Geschwindigkeiten an den Meßpunkten entlang des Süd- und Ostrands erkennen.

Im Bereich absinkenden Wassers am West- und Nordwestrand des Modellbeckens steigt die Phasengeschwindigkeit in allen Modelläufen zunächst leicht an. In den Modelläufen mit zeitlich konstanten Austauschkoeffizienten (CVM, Abb. 5.3a — und VVM, Abb. 5.3b — bleibt sie bis zum Ende im Bereich zwischen 87 cm/s und 92 cm/s. In diesen Modelläufen sind die Änderungen der Phasengeschwindigkeit durch die Anhebung

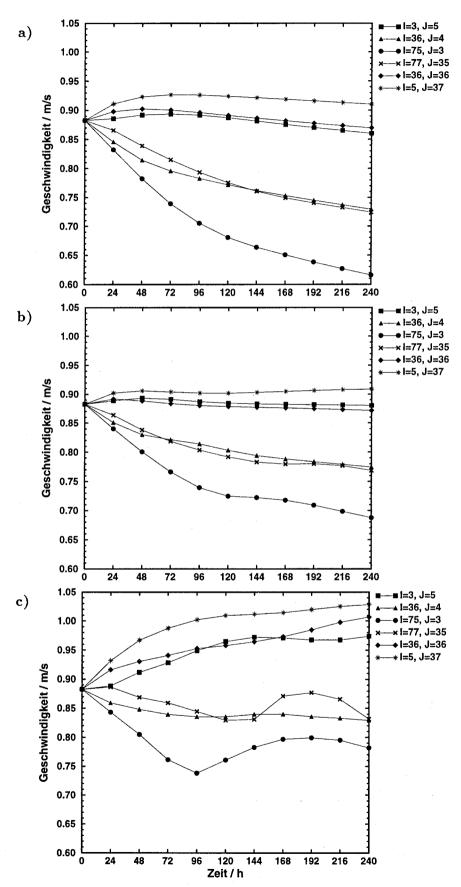


Abbildung 5.3: Zeitliche Entwicklung der Phasengeschwindigkeit (1. Mode,  $c_P = \frac{1}{\lambda_1}$ ) an verschiedenen Meßpunkten (s. Abb. 5.1 •). Modelläufe a) CVM; b) VVM; c) PPM.

der Sprungschicht im Südosten des Modellbeckens sehr viel ausgeprägter als die durch die sich vertiefende Sprungschicht im Nordwesten. In dem Modellauf mit zeitlich variablen Koeffizienten (PPM) kommt es im Nordwesten des Modellbeckens (Abb. 5.3c ——) durch den während des gesamten Modellaufs anhaltenden Anstieg der Phasengeschwindigkeit am Ende des Laufs zu einer gegenüber dem Anfangswert (88 cm/s) um 13 cm/s höheren Phasengeschwindigkeit. In diesem Modellauf sind also die Änderungen der Phasengeschwindigkeit im Auftriebsgebiet und in dem Gebiet, wo Wasser absinkt, von gleicher Größenordnung. In allen Modelläufen zeigen die Phasengeschwindigkeiten der höheren Moden dieselbe zeitliche Entwicklung wie die für den ersten Mode. Die für den zweiten Mode betragen im Mittel 30 cm/s, die für den dritten etwa 20 cm/s.

Eine in der Nordwestecke des Modellbeckens angeregte Kelvinwelle wird sich, wenn man die aus der numerischen Bestimmung der Eigenwerte gewonnenen Phasengeschwindigkeiten zugrunde legt, zunächst mit konstanter Phasengeschwindigkeit vorwärtsbewegen und später langsamer werden. Eine in der Südostecke des Beckens angeregte Welle wird zunächst immer langsamer, ehe sie Gebiete mit höherer Phasengeschwindigkeit erreicht. Eine Abschätzung der von den Wellen nach 5 Tagen zurückgelegten Wegstrecke mit Hilfe der in Abb. 5.3 dargestellten Geschwindigkeitszeitreihen liefert für eine Welle aus der Nordwestecke (abhängig vom betrachteten Modellauf) 355-365 km, entsprechend 178-182 Gitterpunkten. Für eine Welle aus der Südostecke erhält man eine zurückgelegte Strecke von 382-401 km (≘ 191-200 Gitterpunkten). Ein Vergleich mit der aus den Modelldaten erkennbaren Position der Kelvinwellen (Abb. 5.1) zeigt, daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen im Modell deutlich kleiner ist. Die zurückgelegte Wegstrecke entspricht hier etwa 90 (Start im NW) beziehungsweise 70 (Start im SO) Gitterpunkten, d.h. rund 180 km beziehungsweise 140 km. Das heißt, die Geschwindigkeiten werden bei der numerischen Berechnung der Eigenwerte systematisch überschätzt. Dafür lassen sich verschiedene Ursachen anführen. Wie im Kapitel 4 gezeigt wird, kommt es, wenn die Dichteschichtung starke Gradienten in der Sprungschicht aufweist (wie es in den untersuchten Modellen der Fall ist), aufgrund der schlechten Auflösung der Sprungschicht zu einer fehlerhaften Berechnung der Eigenfunktionen. Der Einfluß von Reibung und Diffusion wird in den Formeln zur numerischen Berechnung der Eigenwerte nicht berücksichtigt. Er kommt nur indirekt zur Geltung, da die zeitliche Entwicklung der Temperatur- und Salzgehaltsprofile, die die Grundlage der Berechnung bilden, von diesen Faktoren abhängt. Diese Untersuchungen zeigen, wie das Verhalten von Kelvinwellen von der Entwicklung des Dichtefelds abhängt. Veränderungen in der Tiefe der Dichtesprungschicht, wie sie durch die sich ändernde Tiefe des Maximums der BVF angezeigt werden, beeinflussen die lokale Phasengeschwindigkeit der Kelvinwellen (vergleiche Abb. 5.3 und 5.2). Die Größe der Phasengeschwindigkeiten ist von der Wahl des Konzepts für den vertikalen Austausch abhängig. Eine Variation der horizontalen Austauschkoeffizienten zeigt geringere Auswirkungen auf die Phasengeschwindigkeit (vergleiche Abb. 5.3 und 4.6). Der Zusammenhang zwischen Deckschichttiefe und Phasengeschwindigkeit besteht unabhängig von der Wahl der Austauschkoeffizienten.

## 5.2 Der Einfluß von Küstenkonturen und Topographie auf die küstennahe Dynamik

In diesem Abschnitt soll der Einfluß von Küstenstrukturen und Bodentopographie auf küstenparallele Strahlströme und die Fortpflanzung ihrer Signatur durch Kelvin- beziehungsweise Randwellen untersucht werden.

Zunächst wird ein Modell mit den Küstenkonturen der Beltsee und des Kattegat zwischen 9°21' bis 14°21' Ost und 53°57' bis 59°13' Nord (siehe Abb. 5.4) und ebenem Boden in 40 m Tiefe betrachtet. Das Modellgebiet umfaßt 150×316 Gitterpunkte und ist im Westen und Osten durch künstliche Wände verschlossen. Horizontale und vertikale Auflösung des Modellbeckens sowie die anfängliche Temperatur und Salzgehaltsverteilung sind wie in den Kastenmodellen. Die horizontalen Austauschkoeffizienten sind 2.5 · 10<sup>6</sup> cm<sup>2</sup>/s für Impuls und 10<sup>6</sup> cm<sup>2</sup>/s für Temperatur und Salzgehalt. Die Parameterisierung des vertikalen Austauschs erfolgt mit dem von PACANOWSKI und PHILANDER 1981 entwickelten, Richardson-Zahl abhängigen Schema (PPM, s. Tab. 1 Standardmodell). Der Windmischungsparameter für den Impuls  $(\nu_{\rm w})$  wird auf 25 cm<sup>2</sup>/s reduziert, da Modelläufe mit dem Kastenmodell gezeigt haben, daß 50 cm²/s für  $\nu_{\rm w}$  unangemessen groß ist. Das Modell wird über 4 Tage integriert. Während der ersten 2 Tage herrscht Südwind (3-4 Bft  $\hat{x} = \tau^{(y)} = 0.0571 \text{ N/m}^2$ ), anschließend bis zum Ende des Modellaufs Windstille. Das Untersuchungsgebiet befindet sich am Ostrand der Mecklenburger Bucht zwischen Wismar und der Nordspitze Rügens (Abb. 1.1). Dort entwickelt sich nach dem Abschalten des Winds ein in die Bucht hinein fließender Strahlstrom, dessen Signal durch eine Kelvin-

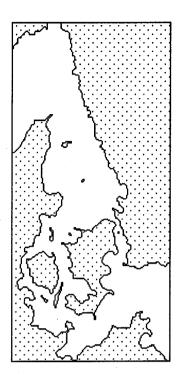


Abbildung 5.4: Küstenkontur für den Beltseemodellauf mit ebenem Boden.

welle entlang der Küste transportiert wird (Abb. 5.5). Die Abbildung zeigt, daß der Strahlstrom sich rasch auf etwa 12 km verbreitert, was deutlich breiter ist als der aus der anfänglichen Dichteschichtung ermittelte Rossby-Radius von ca. 8 km. Die Breite der küstenparallelen Strömung stimmt gut mit der in Kapitel 4.2 für die hier verwendete Kombination der horizontalen und vertikalen Austauschkoeffizienten gefundenen überein (vergl. Abb. 4.4). Auch der von Clarke 1977b beschriebene Einfluß einer gekrümmten Küstenlinie auf die Phasengeschwindigkeit einer Kelvinwelle ist im Modell zu erkennen. Clarke zeigt in seiner Arbeit, daß eine sich entlang einer, gemessen am Rossby-Radius schwach gekrümmten, Küstenlinie ausbreitende Welle in einer Bucht beschleunigt. Bei Umrundung eines Landvorsprungs wird sie hingegen langsamer. Dies Verhalten ist auch im Modell zu beobachten. In den zwischen Abb. 5.5a und 5.5b liegenden 10 Stunden umrundet das Signal der entlang der Küste propagierenden Welle den vom Darß (s.a. Abb.1.1) gebildeten Landvorsprung. Während der anschließenden 10 h (vergl. Abb. 5.5b und 5.5c) legt das Signal eine sehr viel weitere Strecke, bis zur Nordspitze Rügens, zurück.

Im folgenden sollen die Ergebnisse eines realistischen Ostseemodells (WOM, Warnemünder Ostsee Modell), das zwischen  $\sim 2^\circ$  West und  $29^\circ 40'$  Ost sowie  $53^\circ 50'$  und  $66^\circ$  Nord die gesamte Ostsee sowie den nördliche Teil der Nordsee und den anschließenden Nordatlantik

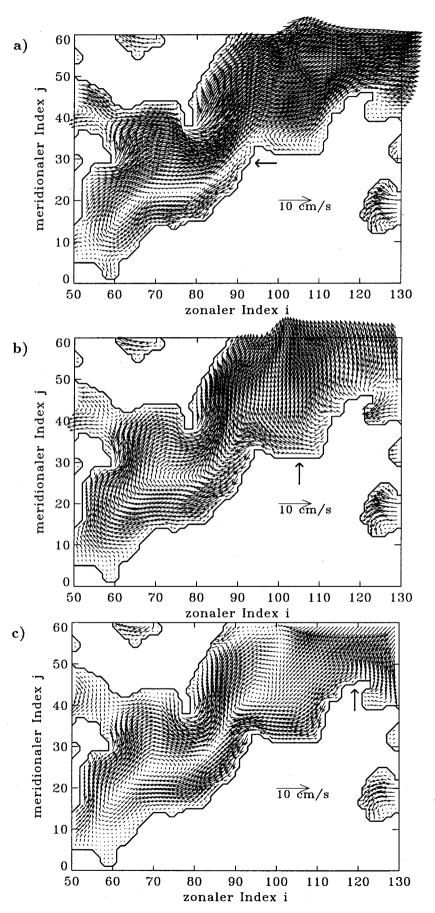


Abbildung 5.5: Mecklenburger Bucht, barokline Strömung in 3 m Tiefe (→ Kelvinwelle). Modell mit Küste und Boden in 40 m Tiefe. Nach a) 76 h; b) 86 h, c) 96 h.

umfaßt, betrachtet werden. Die Bodentopographie wird in Schichten mit 2-50 m Dicke aufgelöst, die maximale Tiefe beträgt 200 m. Das Modellgitter ist nicht äquidistant, im Untersuchungsgebiet beträgt der Abstand zwischen 2 Punkten  $\sim 2$  km, außerhalb wird er teleskopartig weiter mit offenen Grenzen an den Rändern der Nordsee. Temperatur- und Salzgehaltsverteilung sind den Monatskarten des BSH für Nord- und Ostsee entnommen (TOMCZAK und GOEDECKE 1962, GOEDECKE et al. 1967, LENZ 1971, BOCK 1971), die durch aktuelle Messungen ergänzt werden. Die horizontalen Austauschkoeffizienten sind 106 cm<sup>2</sup>/s für Impuls, Temperatur und Salzgehalt. Der vertikale Austausch wird durch das Richardson-Zahl abhängige Schema von PACANOWSKI und PHILANDER 1981 parameterisiert, dessen Variablen ähnlich denen des Standardmodells (Tab. 1) gewählt sind. Wie in Kap. 4 gezeigt wurde, sind die Eigenschaften von küstengebundenen Phänomenen, wie Randströmen und Kelvinwellen, nur wenig von der Wahl dieser Variablen abhängig. Der über dem Modellgebiet herrschende Wind entspricht dem vom Meßmast auf der Darßer Schwelle (s. Kap. 1.2.3) während des Untersuchungszeitraums registrierten Wind, der für eine Umgebung von  $\sim 200 \times 200$  km als konstant angenommen wird und zu den Rändern des Modellbeckens hin gedämpft wird.

Die Abbildungen 5.6a und 5.6b zeigen die Situation am 14.11.94 um  $10^{\underline{00}}$  Uhr beziehungsweise 2000 Uhr. Aufgrund der größeren Windstärke sind die Strömungen in Abb. 5.6b stärker als in Abb. 5.6a. In den Abbildungen ist der Küstenstrahlstrom klar zu erkennen, aber die küstennormale Skala ist kleiner als die des in Abb. 5.5 gezeigten Falls. Dafür gibt es mehrere Gründe. Zum einen wirkt sich hier der gegenüber dem zuvor beschriebenen Modell geringere horizontale Impulsaustausch aus (vergl. Kap. 4.2), zum anderen ist, aufgrund der herbstlichen Schichtung und der geringeren Wassertiefe, der lokale Rossby-Radius kleiner. Außerdem wird durch die hohe Variabilität des Windfelds im realistischen Modellauf die Anregung von Wellenprozessen komplexer, und einzelne Wellenfronten treten nicht mehr so deutlich in Erscheinung. In Abbildung 5.6 gibt es keine offensichtlichen Anzeichen von Randwellen. Phasengeschwindigkeit und Querskala der Randwellen sind, wie bei reinen Kelvinwellen, durch die lokale Brunt-Väisälä-Frequenz bestimmt. Bei geringer Schichtung und Wassertiefe kann also der Rossby-Radius kleiner sein als die Gitterweite. Wie in Kapitel 4.1 gezeigt wurde, muß die Auflösung des Modells so hoch sein, daß der Rossby-Radius wenigstens 3 Gitterpunkte umfaßt. Ist dies nicht der Fall, so wird die Phasengeschwindigkeit stark verlangsamt (vergl. HSIEH et al. 1983). Im

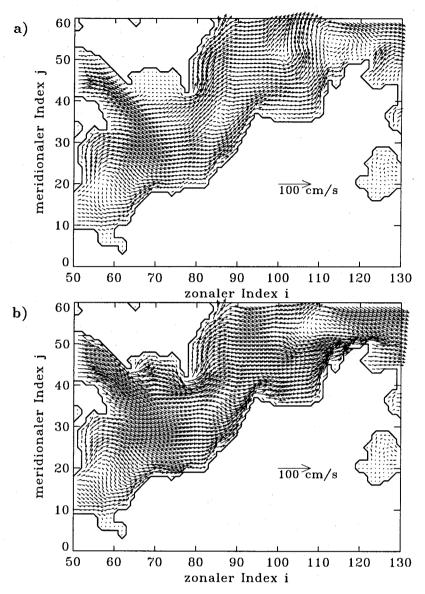


Abbildung 5.6: Strömung in der Mecklenburger Bucht in 3 m Tiefe für ein realistisches Ostseemodell. Am 14.11.94 a) um 10<sup>oo</sup> Uhr; b) um 20<sup>oo</sup> Uhr.

Extremfall kann die Entstehung der Randwellen ganz unterdrückt werden. Ein Faktor bei der Bestimmung des lokalen Rossby-Radius ist die Wassertiefe. Diese beträgt in dem in den Abbildungen gezeigten Gebiet im Mittel 20 m. Kappt man die in den Modellen mit ebenem Boden verwendeten Temperatur- und Salzgehaltsprofile, so erhält man als ersten baroklinen Rossby-Radius  $R_1 \approx 4$  km (gegenüber  $R_1 \approx 7.5$  km bei H = 40 m). Das Verhältnis  $\Delta x/R_1$  ist in diesem Fall also nur noch 1/2 (vergl. Abb. 4.3). Außerdem ändert sich die Schichtung, und damit der Rossby-Radius, in Abhängigkeit von der Jahreszeit. Wie von Fennel et al. 1991 gezeigt wurde, sind die Rossby-Radien in Beltsee und Arko-

nabecken während des Herbstes und Winters um bis zu 2 km kleiner als im Sommer. Auch die während eines Modellaufs auftretenden Änderungen der Dichteschichtung können im ungünstigen Fall zu einer Verringerung des lokalen Rossby-Radius von (z.B.) bis zu 1 km in 72 h in dem zu Beginn dieses Kapitels betrachteten Modellauf PPM führen.

Aus den Ergebnisse dieses Kapitels lassen sich mehrere Schlußfolgerungen ziehen: Die zu Beginn des Kapitels beschriebenen Experimente mit idealisierter Beckenkonfiguration zeigen, daß Kelvin- und andere Randwellen im Modell existieren und sich realistisch verhalten (vergl. z.B. mit Clarke 1977, Gill und Clarke 1974). In Modelläufen, die realitätsnäher gestaltet sind, kann die Auflösung jedoch lokal für die Darstellung von Wellen zu klein sein. Gründe dafür sind jahreszeitliche Unterschiede in der Schichtung sowie die lokale Wassertiefe. Außerdem können Wellenprozesse durch starke Variabilität im Windfeld überdeckt werden. Die oben genannten Faktoren müssen also bei der Konfiguration von Modellen berücksichtigt werden.

## 6 Der Salzgehaltsaustausch zwischen zwei Wasserkörpern

In diesem Kapitel soll die Verteilung und Vermischung von Salzgehalt und Wärme durch windangeregte dynamische Prozesse betrachtet werden. Im ersten Teil des Kapitels wird der Austausch von Salz durch die, zu Beginn der Experimente waagerecht verlaufende, Sprungschicht untersucht. Dies geschieht anhand von Kastenmodellen mit unterschiedlichen Ansätzen für die vertikale Vermischung und zwei verschiedenen Windfeldern als Antrieb. Im zweiten Teil wird der Einfluß des Winds auf eine anfangs senkrecht verlaufende Salzgehaltsfront untersucht. Dazu wird eine Modellkonfiguration verwendet, die in Küstenverlauf und Bodentopographie dem Übergangsgebiet zwischen Nord- und Ostsee (siehe Abb. 1.1) zwischen 9°21' und 14°21' Ost entspricht. Im Osten und Westen ist das Modellgebiet durch eine senkrechte Wand geschlossen. Zum Vergleich werden Experimente mit und ohne Salzgehaltsfront beziehungsweise mit und ohne Wind benutzt.

### 6.1 Salzgehaltsaustausch zwischen Boden- und Oberflächenwasser

Zunächst soll der Einfluß von Phänomenen wie Kelvinwellen und küstennahem Auftrieb auf die Salzgehaltsverteilung betrachtet werden. Die untersuchten Modelläufe sind jeweils 5 Tage lang. Der horizontale Austauschkoeffizient für Impuls und Temperatur (Salzgehalt) ist 106 cm<sup>2</sup>/s. Die Modelläufe lassen sich, abhängig vom Windantrieb, in zwei Gruppen unterteilen. In beiden Gruppen werden verschiedene Ansätze für die vertikale Vermischung verglichen. Der eine weist zeitlich und horizontal konstante Austauschkoeffizienten auf (VVM), im zweiten werden die Koeffizienten bei jedem Zeitschritt an allen Punkten in Abhängigkeit von der Richardson-Zahl berechnet (PPM, für eine genauere Beschreibung siehe Kap. 3). Der Windantrieb in der einen Gruppe von Modelläufen erfolgt während der gesamten Laufzeit mit einem Ostwind über der Westhälfte des Modellbeckens, während über der Osthälfte Windstille herrscht. Abbildung 6.1 zeigt die oberflächennahe Salzgehaltsverteilung, die in diesem Fall am Ende des Modellaufs erreicht wird. Die zweite Gruppe von Modelläufen wird zuerst 3 Tage mit Ostwind über dem gesamten Becken angeregt, danach herrscht Windstille. Das Ein- und Ausschalten des Winds erfolgt in allen Modelläufen sprunghaft. Zusätzlich wird für jede der verwendeten Parametrisierungen des vertikalen Austauschs ein Modellauf ohne äußeren Antrieb durch Wind gerechnet.

Um die Änderungen von Temperatur und Salzgehalt in den verschiedenen Modelläufen

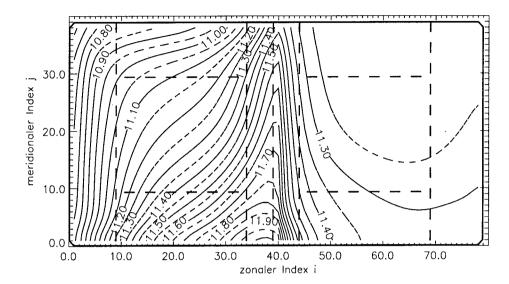


Abbildung 6.1: Horizontale Salzgehaltsverteilung in einem Modellauf mit Wind über der Westhälfte des Beckens. -- horizontale Einteilung für TS-Analyse.

genauer zu untersuchen, wird das Modellbecken in eine Anzahl von Zonen eingeteilt (Abb. 6.2). Dabei orientiert sich die vertikale Einteilung in durchmischte oberflächennahe Schicht (0–12 m), mittlere Schicht (12–24 m) und bodennahe Schicht (bis 40 m) an den zu Beginn des Modellaufs vorgegebenen Temperatur- und Salzgehaltsprofilen (siehe Abb. 8.5, Standardschichtung). Die Lage der horizontalen Zonen ergibt sich aus der Temperatur-beziehungsweise Salzgehaltsverteilung in der Nähe der Oberfläche für ein Modell, in dem der Antrieb durch Ostwind nur in der westlichen Hälfte des Modellbeckens erfolgt (siehe

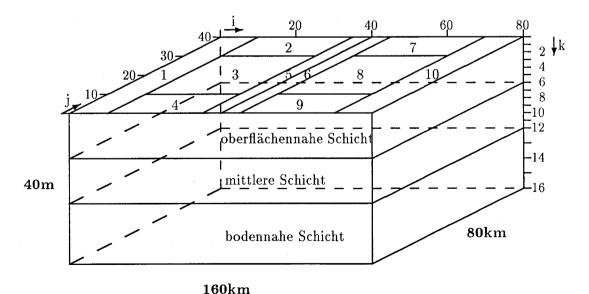


Abbildung 6.2: Einteilung des Modellbeckens zur Erstellung von Mittelwerten zu Analysezwecken.

auch Abb. 6.1). Die Verteilung von Temperatur und Salzgehalt wird durch verschiedene mesoskalige Prozesse hervorgerufen, beispielsweise durch Auftrieb entlang der Windkante und absinkendes Wasser am Westrand des Modellbeckens. Außerdem spielen die durch küstenparallelen Wind im Westteil des Modellbeckens entstehenden Küstenstrahlströme sowie die in den Ecken des vom Wind beeinflußten Gebiets angeregten Kelvinwellen eine Rolle. Die küstennormale Ausdehnung der erwähnten Prozesse wird durch den ersten baroklinen Rossby-Radius beschrieben. Wie im Kapitel 4.2 ausgeführt wurde, kommt es im Modell durch den Einfluß von horizontalen und vertikalen Austauschkoeffizienten zu einer Verbreiterung der horizontalen Skala küstennaher Prozesse. Aus diesem Grund wird 20 km (entsprechend 10 Gitterpunkten, etwa  $2 \cdot R_1$ ) als die Breite der küstenparallelen Analyseregionen gewählt. Innerhalb der so entstandenen Teilgebiete wird zu verschiedenen Zeitpunkten eine Mittelung von Temperatur und Salzgehalt durchgeführt. Da die zeitliche Entwicklung beider Größen ähnlich verläuft, werden für die folgenden Betrachtungen nur Salzgehaltswerte verwendet.

#### 6.1.1 Beckenweite Effekte

Zunächst betrachten wir die Ergebnisse einer beckenweiten Mittelung der Salzgehalte in den drei vertikalen Zonen (siehe Abb. 6.2). Dabei stellen wir in Abbildung 6.3 jeweils die Ergebnisse eines rein diffusiven Modells ohne Wind (——) denen von Modellen gegenüber, in denen die Anregung durch Ostwind nur über einer Hälfte des Modellbekkens erfolgt ( $\cdots$ ), beziehungsweise nur während der ersten 3 Tage (- – ). In allen Modelläufen kommt es, unabhängig von der Art des Antriebs und der Formulierung des vertikalen Austauschs, im oberen Teil des Modellbeckens zu einem Anstieg des Salzgehalts. In den darunterliegenden Schichten nimmt der Salzgehalt ab.

Der steigende Salzgehalt in der oberflächennahen Schicht wird zum allergrößten Teil durch eine Abnahme in der mittleren Schicht kompensiert. Die Abnahme des Salzgehalts in der bodennahen Schicht macht nur 5–10% der Salzgehaltszunahme in der oberflächennahen Schicht aus (vergleiche Abb. 6.3b und c). In den Modelläufen ohne Windantrieb wird der Austausch zwischen mittlerer und oberflächennaher Schicht im Lauf der Zeit geringer (siehe z. B. Abbildung 6.3a). Die Ursache dafür ist der abnehmende vertikale Dichtegradient. Die Salzgehaltsänderung in der bodennahen Schicht ist in allen in diesem Kapitel betrachteten Modelläufen klein. Die bodennahe Schicht ist allerdings die einzige, in der

die Salzgehaltsänderung, auch in den Modelläufen ohne Wind, mit der Zeit größer wird (siehe Abbildung 6.3c). Während des Modellaufs mit 3 Tagen Wind über dem gesamten Modellbecken ist der Gesamtenergieeintrag größer als in dem Modellauf mit Wind nur über der Westhälfte des Modellbeckens. Abbildung 6.3c zeigt, daß der Salzgehalt in der bodennahen Schicht bei stärkerem Energieeintrag durch den Wind schneller abnimmt.

Führt man einen Vergleich der Modelläufe ohne und mit Windanregung über der Westhälfte des Modellbeckens für die Modelle VVM und PPM durch, so erhält man folgende Ergebnisse: Gegenüber dem Fall ohne Wind führt Wind über der Westhälfte des Modellbeckens in beiden Modellen zu einem stärkeren Fluß des Salzgehalts zwischen den Schichten (vergleiche Abbildung 6.3 — und · · · · · ). Der Salzverlust in der bodennahen Schicht erhöht sich in beiden Modellen um etwa 26 % (Abb. 6.3c). Er ist unabhängig vom gewählten Schema zur Bestimmung der vertikalen Austauschkoeffizienten, da diese bei allen verwendeten Ansätzen für den vertikalen Austausch von Temperatur und Salzgehalt zwischen 24-40 m Tiefe nur wenig voneinander abweichen  $(0.1 \text{ cm}^2/\text{s} \le A_{v \text{ Tr}})$  $\leq 0.25~{
m cm^2/s}$ ). Der Salzaustausch zwischen oberflächennaher Schicht und mittlerer Schicht ist in dem Modell VVM bei Wind über der Westhälfte gegenüber dem entsprechenden Modellauf ohne Wind um etwa 5% erhöht (Abb. 6.3a). Bei dem Modell PPM (Abb. 6.3b) nimmt der Salzaustausch zwischen den oberen beiden Schichten um circa 38 % zu. Die Absolutwerte der Salzgehaltsdifferenzen im Modell PPM sind durch die geringere Größe der vertikalen Austauschkoeffizienten in den oberen Modellschichten nur etwa halb so groß wie im Modell VVM (vergleiche Abb. 6.3a und b).

Im folgenden werden für die Modelle VVM und PPM die Modelläufe ohne Wind mit Modelläufen verglichen, in denen Ostwind über dem gesamten Becken herrscht, der nach 3 Tagen abgeschaltet wird (Abb. 6.3 ---). In diesen Modelläufen erhöht sich der Salzverlust in der bodennahen Schicht um mehr als 50 % gegenüber dem in den Modellen ohne Wind. Der Austausch von Salz zwischen mittlerer Schicht und oberflächennaher Schicht wird durch die Abschaltung des Windantriebs deutlich beeinflußt.

Während der ersten 3 Tage (mit Wind) ist der Austausch in der oberflächennahen Schicht für das Modell VVM etwas mehr als doppelt so groß wie bei Wind über einer Hälfte des Modellbeckens. Nach dem Abschalten des Winds verringert sich jedoch der zusätzliche

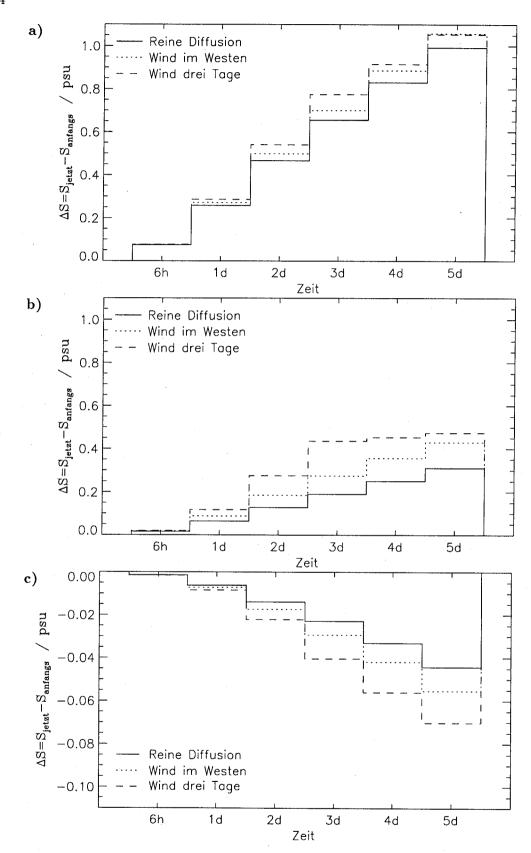


Abbildung 6.3: Änderung des beckenweit gemittelten Salzgehalts gegenüber den Anfangswerten. Oberflächennahe Schicht a) VVM; b) PPM. c) Bodennahe Schicht PPM. Die Werte liegen zu den auf der Abszisse angegebenen Zeitpunkten vor.

Austausch. Nach 5 Tagen ist die Salzgehaltszunahme gegenüber dem Anfangswert in diesem Modellauf geringer als in dem mit Wind über der Westhälfte des Modellbeckens (Abb. 6.3a). Dies läßt darauf schließen, daß der erhöhte Salzfluß zwischen den beiden oberen Schichten bei Verwendung eines zeitlich konstanten Vertikalprofils der vertikalen Austauschkoeffizienten zum größten Teil vorgetäuscht wird durch die Neigung der Isopyknen gegenüber den unveränderlich vorgegebenen Grenzen der Analysezonen (siehe auch Kapitel 7). Betrachtet man das Modell PPM mit Ostwind über dem gesamten Becken, der nach 3 Tagen abgeschaltet wird, so ergibt sich ein völlig anderes Bild. Während der ersten 3 Tage des Modellaufs erhöht sich der Austausch zwischen mittlerer Schicht und oberflächennaher Schicht gegenüber dem entsprechenden Modell ohne Wind schneller als bei der Verwendung anderer Vermischungsschemata (vergleiche Abb. 6.3b mit Abb. 6.3a). Nach dem Abschalten des Windantriebs nimmt auch in diesem Modellauf der Anteil der durch reine Diffusion hervorgerufenen Salzgehaltsänderung zu. Der Absolutwert der Salzgehaltsänderung in den oberen beiden Schichten bleibt während der letzten 3 Tage des Modellaufs mit Windabschaltung jedoch fast konstant (Abb. 6.3a).

Zusammenfassend lassen sich folgende Feststellungen treffen: Bei Verwendung der hier untersuchten Schemata für die Bestimmung der vertikalen Austauschkoeffizienten, VVM (mit vorgegebenem Vertikalprofil der räumlich und zeitlich konstanten  $A_v$ ) und PPM (mit Richardson–Zahl abhängigen  $A_v$ ), macht sich der globale Effekt lokaler dynamischer Prozesse gegenüber der reinen Diffusion nur geringfügig bemerkbar. Eine Ausnahme bildet nur der Modellauf PPM mit dreitägigem Windantrieb. Hier ist am Ende der Periode mit Wind der Effekt durch windangeregte Vermischungsprozesse größer als die Änderung durch Diffusion (vergleiche Abb. 6.3b und c). Bei Verwendung des Modells PPM erreichen die Salzgehaltsänderungen in der oberflächennahen Schicht in dem Modellauf ohne Windantrieb, wie Abbildung 6.3b (———) zeigt, nach 3 Tagen 0.1897 psu. Demgegenüber kommt es bei Windantrieb über dem gesamten Becken zu einer weiteren Erhöhung des Salzgehalts. Die Salzgehaltsänderung beträgt in diesem Fall 0.4355 psu, dies entspricht einer 130%igen Erhöhung gegenüber dem Modellauf ohne Wind. Auch der Salzgehaltsverlust der mittleren Schicht ist gegenüber dem Modellauf ohne Wind um mehr als 100% höher, der der bodennahen Schicht (Abb. 6.3c) immerhin noch 75%.

#### 6.1.2 Lokale Effekte

In diesem Abschnitt sollen die durch die windgetriebenen mesoskaligen dynamischen Muster lokal hervorgerufenen Änderungen der Salzgehaltsverteilung untersucht werden. Auf der Grundlage der horizontalen Unterteilung des Modellbeckens in einzelne Regionen, wie sie zu Beginn des Kapitels beschrieben wird (Abb. 6.2), kann man Gebiete in denen Wasser aufsteigt oder absinkt anhand der Änderungen im Salzgehalt in den betroffenen Regionen erkennen. Dazu bildet man die Differenz zwischen dem zu Beginn des Modellaufs herrschenden Salzgehalt und dem zum untersuchten Zeitpunkt in der betreffenden Region herrschenden. Die folgenden Untersuchungen basieren auf den am 3., beziehungsweise letzten (5.) Tag der Modelläufe ermittelten Werten.

### Modelläufe mit Wind über der Westhälfte des Modellgebiets.

Die in Abb. 6.4 dargestellten Modelläufe unterscheiden sich nur in der Bestimmung der vertikalen Austauschkoeffizienten (Abb. 6.4a, b VVM, Abb. 6.4c PPM). Nach 3 Tagen sehen die Graphen für die Änderung des Salzgehalts in der gesamten Wassersäule (Abb. 6.4a, c - - -) und in der Bodenschicht (24–40 m, s. Abb 6.4b für VVM) in den einzelnen Regionen für die Modelle mit vorgegebenem Vertikalprofil der vertikalen Austauschkoeffizienten (VVM, Abb. 6.4a) beziehungsweise Richardson–Zahl abhängiger Berechnung der Koeffizienten (PPM, Abb. 6.4c) sehr ähnlich aus. Dies gilt sowohl bezüglich der Größenordnung als auch bezüglich der Richtung des Salzflusses.

Betrachtet man den Modellauf VVM genauer, so zeigt die regionale Verteilung, wie im beckenweiten Mittel, innerhalb der oberflächennahen Schicht  $(0-12 \text{ m}, \text{ Abb. } 6.4\text{ a } \sum \cdots$  bzw.  $\cdots \cdots$ ) eine Zunahme des Salzgehalts, während in der mittleren Schicht  $(12-24 \text{ m}, \text{ Abb. } 6.4\text{ a } \sum -\cdot \text{ bzw. } -\cdot -\cdot)$  der Salzgehalt abnimmt. Im Nordwesten des Modellbekkens, wo Wasser absinkt (Regionen 1-3, siehe Abb. 6.2), ist die Zunahme des Salzgehalts geringer als im Mittel über das ganze Becken. Dort dominiert der Salzverlust in den tieferen Schichten das Signal in der Wassersäule. Dies läßt darauf schließen, daß Salz mit der Strömung durch die seitlichen Begrenzungen der Regionen abtransportiert wird. Die Abnahme des Salzgehalts in der mittleren Schicht beträgt in dem Modellauf ohne Wind nach 3 Tagen -0.6235 psu. In dem Lauf mit Wind über der Westhälfte des Modellbeckens ist der Salzgehaltsverlust nach 3 Tagen in den westlichen Regionen größer. In der Region 1,

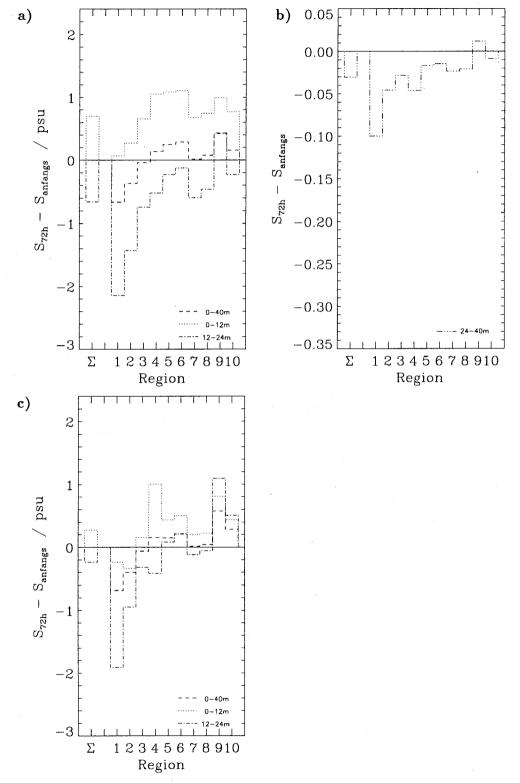


Abbildung 6.4: Regionale Salzgehaltsänderungen nach 3 d in Modellen mit Wind über der Westhälfte des Beckens. Oberflächennahe und mittlere Schicht sowie gesamte Wassersäule; a) VVM; c) PPM. b) Bodennahe Schicht VVM.

wo der Auftrieb am größten ist, beträgt er zu diesem Zeitpunkt -2.143 psu (Abb. 6.4a  $-\cdot-\cdot$ ), also mehr als das dreifache. Für die bodennahe Schicht ist die Differenz noch größer, man findet -0.0237 psu für den Modellauf ohne Wind und -0.0999 psu für den Modellauf mit Wind in der Westhälfte des Beckens (Abb. 6.4b). Die stärkste Salzgehaltszunahme (in der oberflächennahen Schicht) findet man in der Mitte des Modellbeckens (Regionen 5 und 6, Abb. 6.4a ·····). Wo sich der Küstenstrahlstrom im windstillen Teil des Modellbeckens ausbreitet (Region  $10 \rightarrow 9$ , s. a. Abb. 6.2) findet man auch eine gegenüber dem beckenweiten Mittel für die oberflächennahe Schicht  $(\sum \cdots)$  größere Salzgehaltszunahme. Wo der Küstenstrahlstrom voll entwickelt ist (Region 9), ist der Salzgehalt in allen Schichten größer als zu Beginn des Modellaufs (Abb. 6.4a, b). Über die gesamte Wassersäule gemittelt (Abb. 6.4a ---) ist die Salzgehaltszunahme hier am größten. In den Gebieten, in denen es nicht zu so starken Vertikalbewegungen kommt (Regionen 3 und 4 sowie 7 und 8; siehe Abb. 6.2) ist die Salzbilanz in der Wassersäule nahezu ausgeglichen. Die räumliche Variabilität des Salzgehaltsverlusts in der bodennahe Schicht (Abb. 6.4b) zeigt gegenüber den Verhältnissen in den darüberliegenden Schichten deutliche Unterschiede. An der Westküste verdrängt absinkendes Wasser mit geringem Salzgehalt das salzreiche Wasser in der bodennahe Schicht (Region 1, 2). Durch das von den Kelvinwellen exportierte Strömungssignal wird das salzärmere Wasser am Boden die Küste entlangtransportiert (Region 4, Abb. 6.4b). In den eben genannten Regionen ist der Salzverlust der bodennahe Schicht größer als im beckenweiten Mittel (Abb. 6.4b, \sum).

Am Ende des Modells VVM mit Wind in der Westhälfte sind die Unterschiede gegenüber dem am 3. Tag erreichten Zustand in den Regionen am größten, die nach diesem Tag von den sich fortpflanzenden Kelvinwellen erreicht werden. In Region 10 kommt es durch exportierten Auftrieb zu einer überproportionalen Erhöhung des Salzgehalts in der Wassersäule. In Region 4 führt der Import aus höheren Schichten abgesunkenen Wassers in der bodennahe Schicht zu einem gegenüber dem dritten Tag deutlich geringeren Salzgehalt. In den übrigen Regionen sind die Salzgehaltsänderungen in den einzelnen Schichten größer als 2 Tage vorher, bezogen auf die gesamte Wassersäule (---) der jeweiligen Region jedoch fast konstant.

Betrachtet man nun Modell PPM mit Windantrieb über der westlichen Hälfte des Modellbeckens (Abb. 6.4c), so sind die Zusammenhänge zwischen den dynamischen Prozessen

und den Änderungen des Salzgehalts in verschiedenen Regionen noch deutlicher als in dem Modell VVM mit gleichem Windantrieb (s. o.). Das durch den Wind im Nordwesten des Modellbeckens (Region 1 und 2) gestaute Wasser sinkt dort ab und führt so nach 3 Tagen in allen Schichten zu einem gegenüber den Anfangswerten geringeren Salzgehalt. In der Beckenmitte (Region 5 und 6, s. a. Abb. 6.2) und in dem von den Kelvinwellen erreichten Teil des windfreien Gebiets (Region 9 und 10) kommt es dagegen in allen Schichten zu einer Erhöhung des Salzgehalts (Abb. 6.4c). In den Regionen 9 und 10 wächst der Salzgehalt schneller als im ursprünglichen Auftriebsgebiet an. Die größte Salzgehaltszunahme wird in der mittleren Schicht erreicht (Abb.  $6.4c - \cdot - \cdot$ ).

Wie auch in dem entsprechenden Modellauf VVM sind am Ende des Modellaufs PPM in den Regionen 4, 10 und 7 (s. a. Abb. 6.2) die Änderungen gegenüber den 2 Tage zuvor gewonnenen Ergebnissen am größten. In diese Regionen gelangt durch die von Kelvinwellen exportierte Strömung neues, salzreiches Wasser. Im nordwestlichen Bereich des Modellbeckens, wo Wasser absinkt, unterscheidet sich die Salzgehaltsdifferenz hingegen nur geringfügig von der 2 Tage zuvor bestimmten.

## Modelläufe mit 3 Tagen Wind über dem gesamten Modellgebiet.

Wie in den im vorigen Abschnitt beschriebenen Modelläufen mit Wind über der Westhälfte des Modellbeckens zeigt sich auch hier der Einfluß der unterschiedlichen Ansätze (VVM und PPM) für die vertikale Vermischung. Während der ersten 3 Tage der Modelläufe kommt es am Süd- und Ostrand des Modellbeckens zu Auftrieb, am Nord- und Westrand sinkt Wasser ab. Entsprechend findet man nach 3 Tagen in beiden Modellen, bezogen auf die gesamte Wassersäule (Abb. 6.5a, c - - -) eine Erhöhung des Salzgehalts für die Regionen 4, 9 und 10 und eine Verringerung des Salzgehalts für die Regionen 7, 2 und 1. Im Nordwesten (Region 1, 2) und Südosten (Region 9, 10) sind die Salzgehaltsänderungen überproportional groß und weisen in allen Schichten jeweils das gleiche Vorzeichen auf (Abb. 6.5a, b für VVM).

Unterschiede zwischen den Modellen VVM und PPM bestehen in der Größe des Austauschs zwischen oberflächennaher und mittlerer Schicht. So zeigen die küstenfernen Regionen 3 und 8 und die nur teilweise vom Auftrieb beziehungsweise absinkendem Wasser betroffenen Regionen 4 und 7 im Modell VVM einen deutlich höheren Austausch als im Modell PPM.

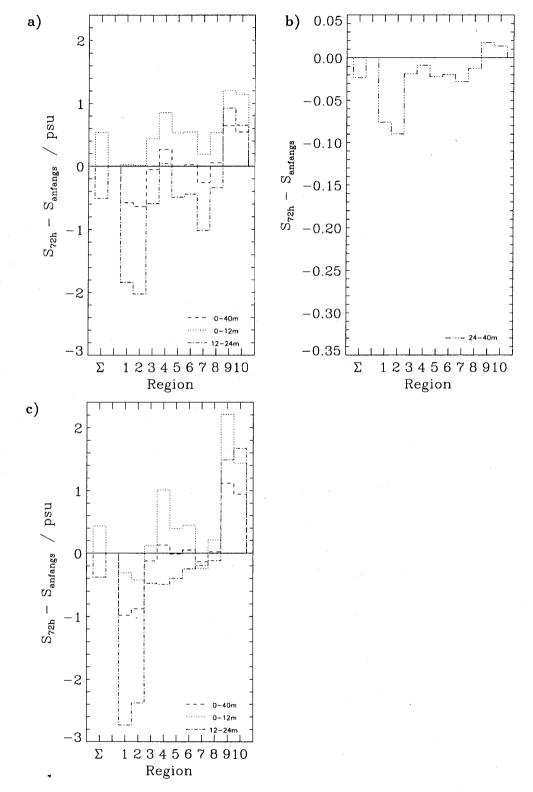


Abbildung 6.5: Regionale Salzgehaltsänderungen nach 3 d in Modellen mit Windabschaltung. Oberflächennahe und mittlere Schicht sowie gesamte Wassersäule a) VVM; c) PPM. b) Bodennahe Schicht VVM.

Dies ist auf die größere horizontale Ausdehnung der Auftriebsgebiete und der Gebiete mit absinkendem Wasser im Modell VVM gegenüber dem Modell PPM zurückzuführen (vergleiche auch Abb. 6.7a und c).

Am Ende des Modellaufs, nach 2 Tagen Windstille, ist die Situation komplexer als zuvor. In der oberflächennahen Schicht des Modells VVM wächst die Differenz gegenüber dem ursprünglichen Salzgehalt stetig, wenn man die Regionen von West nach Ost durchmißt (Abb. 6.6a ·····). Dabei sind die lokalen Werte im Westteil des Modellbeckens geringer, im Ostteil höher als das beckenweite Mittel. In mittlerer Schicht (Abb. 6.6a ····) und bodennahe Schicht weicht die räumliche Lage der größten beziehungsweise geringsten Salzgehaltsänderungen erheblich von der Verteilung in der oberflächennahen Schicht ab. Kelvinwellen transportieren das durch das Absinken des Wassers am Westrand entstandene Signal in östlicher Richtung entlang des Südrands (Region 4, vergleiche Abb. 6.6a und 6.5a) und das durch den Auftrieb hervorgerufene Signal, eine Erhöhung des Salzgehalts gegenüber den Anfangswerten in alle Schichten, längs des Nordrands des Modellbeckens (Regionen 10, 7). Das Auftriebsgebiet am Ostrand ist (besonders in der oberflächennahen Schicht) weiterhin in den Salzgehaltsdaten erkennbar, aber schwächer als zuvor.

In dem entsprechenden Modell PPM (Abb. 6.6b, c) zeigen sich die Änderungen in der Verteilung der Salzgehaltsverluste beziehungsweise –gewinne in den einzelnen Zonen am deutlichsten in den Regionen 4 und 7 (vergleiche Abb. 6.6b, 6.5c). Dorthin gelangt durch Kelvinwellen ein Signal, das den ursprünglich herrschenden Verhältnissen entgegengesetzt ist. Auch in den daran anschließenden Regionen 9 und 2 läßt sich eine entsprechende Änderung in den Salzflüssen feststellen. Die Salzgehaltsänderungen in der bodennahen Schicht entsprechen in Vorzeichen und regionaler Verteilung denen der mittleren Schicht, sind jedoch um etwa eine Größenordnung kleiner.

Bezogen auf die gesamte Wassersäule (Abb. 6.6a, c - - -) weisen beide Modelle trotz der Unterschiede in den einzelnen Schichten eine ähnliche Verteilung der Salzgehaltsänderungen in den einzelnen Regionen auf.

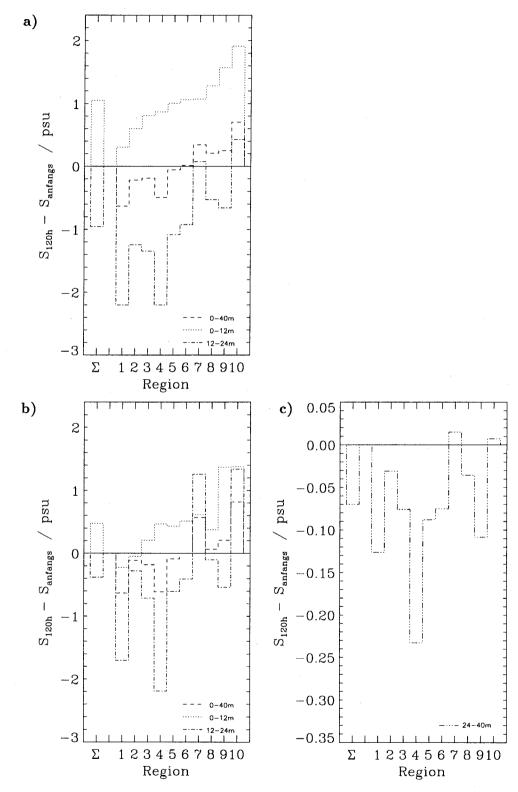


Abbildung 6.6: Regionale Salzgehaltsänderungen nach 5 d in Modellen mit Windabschaltung nach 3 d. Oberflächennahe und mittlere Schicht sowie gesamte Wassersäule; a) VVM; b) PPM; c) Bodennahe Schicht PPM.

Die unterschiedliche Verteilung der Maxima und Minima der Salzgehaltsänderungen in der oberflächennahen Schicht gegenüber den tieferen Schichten

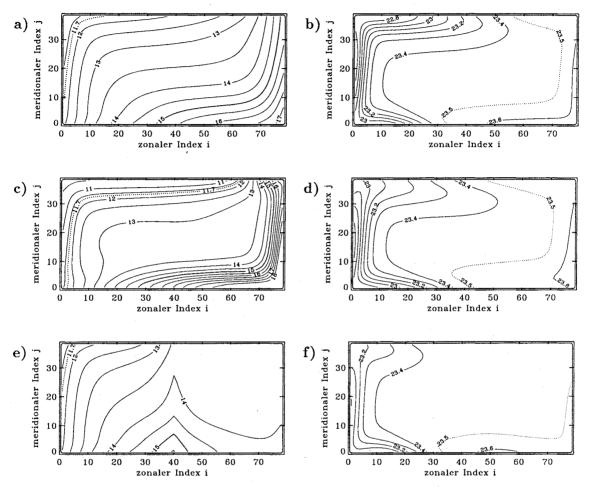


Abbildung 6.7: Horizontale Salzgehaltsverteilung in 9 m (a,c,e) und 26 m (b,d,f) Tiefe für fünftägige Modelläufe mit Windabschaltung (a-d) beziehungsweise Wind über der Westhälfte des Modellbeckens (e,f) nach 3 d (····· ursprünglicher Salzgehalt der Schicht). a,b) VVM; c,d) PPM; e,f) VVM.

Die unterschiedliche Entwicklung der Strömung (und damit Salzgehaltsverteilung) an der Oberfläche und am Boden des Beckens bei unterschiedlicher Windanregung erklärt die räumlichen Lage der Extrema der Salzgehaltsänderungen in den Analyseschichten. In den oberen Schichten des Modellbeckens sind die Strömungsmuster stark vom vorgegebenen Windfeld abhängig (Abb. 6.7a, e). Hier findet man in der Salzgehaltsverteilung in den verschiedenen Modelläufen große Unterschiede (vergleiche Abb. 6.7a, c und e). In Bodennähe breiten sich hinter den Kelvinwellen-Fronten Unterströme mit der Oberflächenströmung entgegengesetzter Stromrichtung aus. Die bodennahe Strömung wird durch die räumliche Struktur des vorgegebenen Windantriebs und das verwendete Schema für den vertikalen Austausch weniger stark geprägt. Nach 3 Tagen ist die horizontale Salzgehaltsverteilung

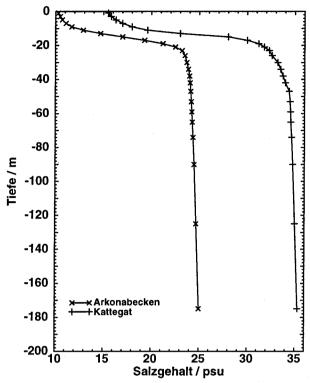


Abbildung 6.8: Salzgehaltsprofile in Modellen mit zwei verschiedenen Wasserkörpern (Mittlere sommerliche Schichtung im Kattegat beziehungsweise Arkonabecken).

(Abbildung 6.7b, d, f) in allen Modelläufen ähnlich.

Zusammenfassend läßt sich festhalten, daß dynamische Prozesse die regionale Verteilung von Wassermassen bestimmen. Das erkennt man besonders gut in den Modelläufen mit Windabschaltung. Wie sich aus den veränderten Salzflüssen im Modell PPM (Abb. 6.5b, 6.6b) schließen läßt, die die Änderungen der Lage der Isopykne gegenüber den starren Grenzen der einzelnen Regionen widerspiegeln, ist der Grad der Vermischung in diesen kurzen Modelläufen nicht groß. Man kann jedoch erkennen, daß über längere Zeiträume hinweg die windinduzierte Dynamik Auswirkungen auf die Vermischung hat. Dies gilt besonders für das Modell PPM mit Richardson-Zahl abhängigen Koeffizienten.

## 6.2 Modelle mit zwei verschiedenen Wasserkörpern

Wie zu Beginn des Kapitels beschrieben, soll in diesem Abschnitt die Entwicklung einer am Anfang der Modelläufe vertikal verlaufenden Salzgehaltsfront mit (FRONTm) und ohne (FRONTo) Windantrieb untersucht werden. Außerdem soll die Wechselwirkung zwischen Strömung und Salzgehaltsverteilung betrachtet werden. Dazu wird ein Modellauf mit Wind, aber ohne Salzgehaltsfront (BELT25) hinzugezogen.

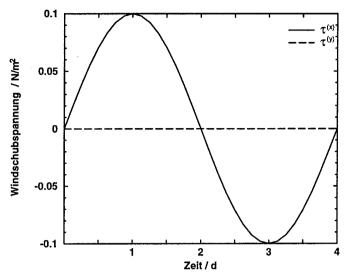


Abbildung 6.9: Zeitliche Entwicklung der Windschubspannung für die Beltseemodelläufe.

Das in diesem Abschnitt verwendete Modell ist folgendermaßen konfiguriert: Küstenverlauf und Topographie entsprechen dem Gebiet von Beltsee und Kattegat sowie den angrenzenden Bereichen zwischen 9°21' bis 14°21' Ost und 53°57' bis 59°13' Nord (vergl. Abb. 1.1) mit einer maximalen Wassertiefe von 200 m. Das Modell hat eine horizontale Auflösung von 2' in zonaler und 1' in meridionaler Richtung und umfaßt ein im Westen und Osten geschlossenes Gebiet von 150 × 316 Gitterpunkten. Die Modellschichten sind 2-50 m dick.  $2.5 \cdot 10^6$  cm<sup>2</sup>/s und Die horizontalen Austauschkoeffizienten sind  $A_{hm}$  $A_{h\,\mathrm{Tr}}=10^6~\mathrm{cm^2/s}$ . Die vertikalen Austauschkoeffizienten werden mit dem in Kapitel 3 beschriebenen, Richardson-Zahl abhängigen Schema von PACANOWSKI und PHI-LANDER 1981 berechnet (Parameter wie in Tab. 1 für das Standardmodell angegeben.  $u_w=25.0~{
m cm^2/s}$  für Impuls). Während die Temperatur in den einzelnen Schichten anfangs horizontal homogen ist, unterscheidet sich das Wasser im Skagerak und Kattegat einerseits und im größeren Teil der Beltsee und im Arkonabecken andererseits durch die vertikale Salzgehaltsverteilung (siehe Abbildung 6.8). Die Trennlinie zwischen den Wasserkörpern verläuft dabei im kleinen Belt bei 55°17'N, im großen Belt bei 55°20'N und im Öresund bei 55°36'N im jeweils flachsten Bereich der Durchlässe. Temperatur- und Salzgehaltsprofil südlich der Front sind, wie in den Kastenmodellen, an die mittlere sommerliche Schichtung im Südosten der Beltsee angepaßt. Nördlich der Front wird zu Beginn der Modelläufe für den Salzgehalt die mittlere sommerliche Schichtung im Kattegat initialisiert. Dabei ist die Salzgehaltsverteilung in beiden Gebieten am Anfang horizontal homogen. Ein Modellauf

dauert 4 Tage. In den Modelläufen mit Wind (FRONTm, BELT25) ist die meridionale Komponente der Windschubspannung  $\tau^{(y)}=0$ . Die zonale Komponente der Windschubspannung  $(\tau^{(x)})$  ist räumlich homogen und folgt zeitlich einem sinusförmigen Verlauf. Sie beträgt maximal |0.1| N/m² ( $\approx 4$ –5 Bft; siehe Abb. 6.9). Der Wind ist bezüglich seiner Richtung und Stärke typisch für die sommerlichen Verhältnisse im Untersuchungsgebiet. Da das Modellgebiet an West- und Ostrand künstlich geschlossen ist, wird das Windfeld mittels einer überlagerten Gauss-Glockenkurve zu den meridional verlaufenden Rändern hin gedämpft. Damit soll der Einfluß der künstlichen Begrenzung auf die Modellergebnisse verringert werden.

### 6.2.1 Die zeitliche Entwicklung von Strömung und Salzgehaltsfront

Zunächst soll der Modellauf ohne Windantrieb (FRONTo) betrachtet werden. Durch den unterschiedliche Salzgehalt in Nord- und Südteil des Modellbeckens ist ein barotropen Antrieb vorhanden ( $\Delta S \to \Delta p_s =$ einer Wasserstandsstufe in Belten und Sund). Durch diesen wird ein Signal ausgelöst, das sich aufgrund der Oberflächenrandbedingung im Modell unterschiedlich schnell ausbreitet. Dies führt zu einer schwachen Strömung (< 1 cm/s) im gesamten Modellbecken. Durch die horizontalen Salzgehaltsgradienten im Frontbereich wird eine barokline Strömung hervorgerufen. Diese ist an der Oberfläche von Süden nach Norden gerichtet und zunächst auf die unmittelbare Umgebung der Salzgehaltsfront beschränkt, wobei die Stromgeschwindigkeiten sehr hoch sind. Im Laufe der Zeit nimmt einerseits die Stromgeschwindigkeit ab, andererseits erfaßt die Strömung ein immer größeres Gebiet. Nach 3 Tagen (Abb. 6.10a) hat sich ein geostrophisches Gleichgewicht eingestellt. Vertikalschnitte im Frontbereich zeigen die größten Strömungsgeschwindigkeiten unmittelbar am Boden beziehungsweise an der Oberfläche (Abb 6.11).

Die horizontale Salzgehaltsverteilung im Lauf FRONTo zeigt einen zunächst raschen, im Laufe der Zeit durch die abnehmenden Gradienten immer langsamer verlaufenden Abbau der Front. Die ursprünglich zonal ausgerichteten Salzgehaltsfronten verlaufen am Ende über den flachsten Stellen der Durchlässe (Abb. 6.12). Auf Vertikalschnitten durch Belte und Sund (Abb. 6.13) erkennt man deutlich die Abhängigkeit der Salzgehaltsverteilung vom Bodenrelief in der Umgebung der Fronten. Im flachen und schmalen Öresund findet man auch am Ende des Modellaufs (nach 4 Tagen) auf der Drogden Schwelle fast senkrecht stehende Isohalinen (Abb. 6.14). Im großen Belt durchschneidet eine Rinne mit über 20

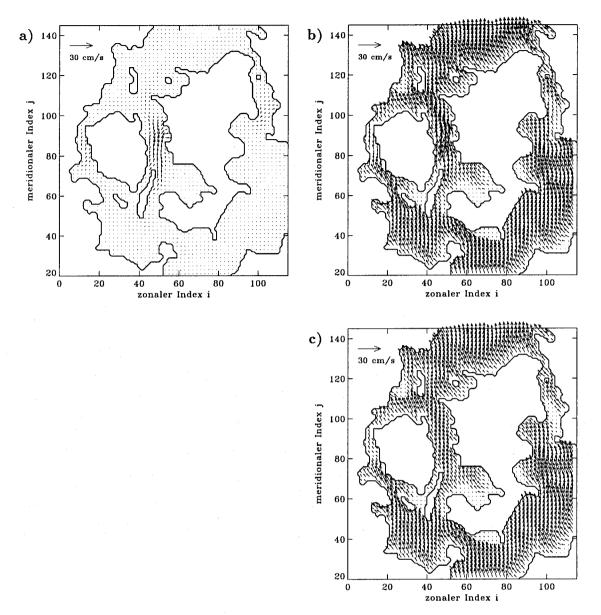


Abbildung 6.10: Geschwindigkeitsfeld in 3 m Tiefe nach 3 d für die Modelläufe a) FRONTo; b) FRONTm; c) BELT25.

m Tiefe die relativ schmale Schwelle, auf der die Salzgehaltsfront verläuft. Am Ende des Laufs findet man im Frontbereich im großen Belt schräg verlaufende Isohalinen. Durch Advektion kommt es an der Oberfläche zu einer Verlagerung der Front nach Norden, während im tieferen Bereichen südlich der Schwelle der Salzgehalt steigt (vergl. Abb. 6.15a und b).

In dem Modellauf mit zusätzlichem Windantrieb (FRONTm) findet man während der gesamten Zeit überall außer im Bereich der Salzgehaltsfront windangeregte, topographiegeprägte Strömungsmuster wie im Modellauf ohne Salzgehaltsfront (BELT25). Im Bereich der Salzgehaltsfront entwickelt sich zu Beginn (zunehmender Westwind) eine ähnliche

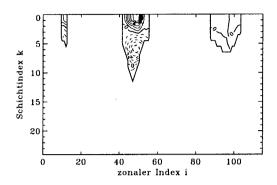


Abbildung 6.11: Zonal durch Belte und Sund verlaufender Schnitt der meridionalen Geschwindigkeitskomponente (v) nach 4 d, Modellauf FRONTo.(—— Strömung nach Norden; -- nach Süden.

Strömung wie in dem Modellauf FRONTo. Mit zunehmender Windgeschwindigkeit dominiert die windangeregte Strömung auch in den Belten und im Sund. Wenn der Westwind sein Maximum erreicht hat (nach 1 d, s. Abb. 6.9) ist der Einfluß der Salzgehaltsfront nur noch als Ablenkung der Strömung in östlicher Richtung zu erkennen. Während der Schwachwindphasen (nach 2 bzw. 4 d) ist die Strömung in Belten und Sund wie am Anfang durch die Salzgehaltsfront geprägt. In der Ostwindphase (3. und 4. d) führt die von den horizontalen Salzgehaltsgradienten hervorgerufene Strömung in Lauf FRONTm zu einer Erhöhung der Geschwindigkeit über den Schwellen gegenüber Lauf BELT25 (vergleiche Abb. 6.10b und c). Im bodennahen Bereich der Salzgehaltsfront im großen Belt dominiert die von den horizontalen Gradienten erzeugte Strömung. Daher verläuft in der Westwind-

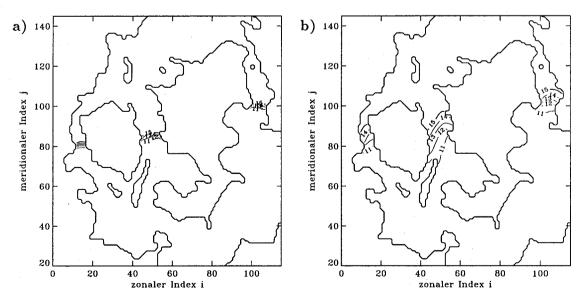


Abbildung 6.12: Horizontale Salzgehaltsverteilung in 3 m Tiefe für den Modellauf FRONTo. Nach a) 6 h; b) 4 d.

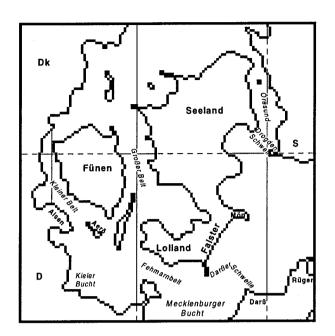


Abbildung 6.13: Beltseeregion des Modells mit der Lage der Vertikalschnitte.

phase die Strömung am Boden im Modellauf FRONTm nach Süden, während sie im Lauf BELT25 nach Norden gerichtet ist.

Die Salzgehaltsverteilung entspricht wie die Strömung im Modellauf FRONTm, mit Ausnahme der Gebiete, in denen die Salzgehaltsfront verläuft, derjenigen im Lauf BELT25 (Abb. 6.16). In der Westwindphase während der ersten 2 Tage führt der Wind im Modellauf FRONTm zu einer Aufrechterhaltung der horizontalen Gradienten. Die Isohalinen verlaufen am Ende dieser Phase nahezu senkrecht. Mit Beginn der Ostwindphase (nach 2 d) löst sich die Salzgehaltsfront rasch auf, da windinduzierte Strömung und vom hori-

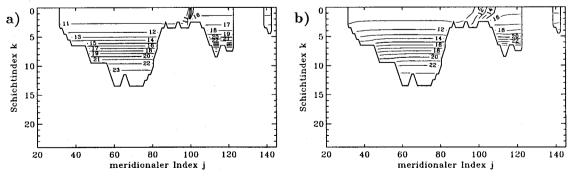


Abbildung 6.14: Meridional durch den Öresund verlaufender Schnitt des Salzgehalts für Lauf FRONTo. Nach a 6 h; b) 4 d.

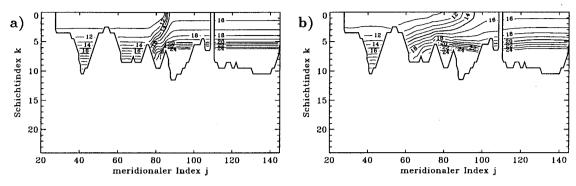


Abbildung 6.15: Meridional durch den großen Belt verlaufender Schnitt des Salzgehalts für Lauf FRONTo. Nach a) 6 h; b) 4 d.

zontalen Salzgehaltsgradienten hervorgerufene Strömung die gleiche Richtung haben. Am Ende des Modellaufs (nach 4 d) ist die Verteilung von Nord- und Ostseewasser in den Modelläufen FRONTm und FRONTo sehr ähnlich (vergleiche Abb. 6.16a und 6.15b).

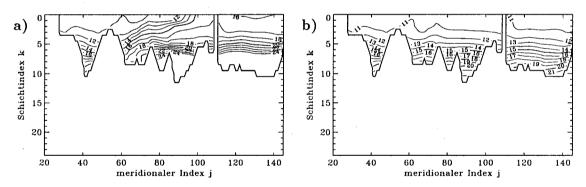


Abbildung 6.16: Meridional durch den großen Belt Schnitt des Salzgehalts nach 4 d für die Läufe  ${\bf a}$ ) FRONTm;  ${\bf b}$ ) BELT25 .

Zusammenfassend läßt sich festhalten, daß der Einfluß eines zweiten Wasserkörpers mit einem vom bisher benutzten abweichenden Vertikalprofil des Salzgehaltes bei der hier untersuchten Modellkonfiguration im wesentlichen auf die nähere Umgebung der zwischen den beiden Wasserkörpern bestehenden Front beschränkt ist. In diesem Bereich überlagern sich die durch den horizontalen Salzgehaltsgradienten und die durch den herrschenden Wind hervorgerufenen Strömungen. Welcher dieser beiden Effekte überwiegt, hängt einerseits von der Göße der horizontalen Salzgehaltsgradienten ab, andererseits von der Windstärke. Bei einem Gradienten von 5 psu / 2 sm muß ein Westwind von wenigstens 3 Bft herrschen, damit die von diesem angeregte Strömung den Abbau des Salzgehaltsgradienten verhindert. Von der Windrichtung hängt ab, wie rasch der anfängliche Salzgehalts-

gradient abgebaut wird und ob sich die Lage der Front ändert. Eine Salzgehaltsverteilung, die im Frontbereich nach 4 Tagen ohne Windantrieb erreicht wird, wird mit einem Ostwind, wie er in Abb. 6.9 (2 d – 4 d) dargestellt ist, schon nach 2 Tagen erreicht.

In dem Modell mit "rigid lid" Randbedingung an der Oberfläche führt der barotrope Druckgradient zwischen den beiden Wassermassen nicht zu einer Verlagerung der Salzgehaltsfronten. Die Salzgehaltsfronten werden im Modell nur durch die vom Wind und die von den baroklinen Dichtegradienten (Salzgehaltsgradienten) an den Fronten angeregte Strömung transportiert.

# 7 Wassermassenausbreitung

In diesem Kapitel soll die Verteilung von Boden- und Oberflächenwasser durch die windgetriebene Dynamik untersucht werden. Dazu wird das Wasser mit einem zusätzlichen
Spurenstoff markiert. Modelle mit verschiedenen Ansätzen für die Berechnung der vertikalen Austauschkoeffizienten werden miteinander verglichen. Die horizontalen Austauschkoeffizienten liegen in allen Modellen bei 10<sup>6</sup> cm<sup>2</sup>/s für Impuls und Masse. Die
verwendeten Schemata für den vertikalen Austausch sind konstante Koeffizienten, die entweder in allen Schichten gleichgroß sind (CVM) oder mit zunehmender Tiefe kleiner werden (VVM), sowie Richardson-Zahl abhängige zeitlich variable Koeffizienten (PPM), siehe
auch Kapitel 3. Da die Ergebnisse für die beiden PPM Modelle (siehe Tab. 1 in Kap. 3,
Standardmodell und Testmodell) sehr ähnlich sind, wird im folgenden nur das Standardmodell berücksichtigt.

In den Modellen wird zu Beginn das Wasser der obersten 12 m des Beckens als Oberflächenwasser mit einem Spurenstoff markiert und das der untersten 16 m mit einem
zweiten als Bodenwasser. Diese Aufteilung entspricht der in Kapitel 6 beschriebenen.
Das Wasser in den markierten Schichten weist zu Beginn eines Modellaufs nur geringe
Temperatur- und Salzgehaltsgradienten auf. Dem Spurenstoff wird in den entsprechenden
Schichten der Wert 1 zugewiesen, während er in den übrigen Schichten den Wert 0 hat. Die
Ausbreitung der zusätzlichen Spurenstoffe wird mittels derselben Gleichungen berechnet
wie die von Temperatur oder Salzgehalt. Die untersuchten Modelläufe dauern 5 Tage,
wobei die Anregung durch Wind erfolgt. Dieser herrscht während der ersten 3 Tage über
dem gesamten Modellbecken, während der letzten beiden Tage herrscht Windstille.

## 7.1 Die Verteilung des Oberflächenwassers

Nach 3 Tagen weisen Isoflächen, auf denen der Anteil an Oberflächenwasser konstant ist, für die Modelle mit räumlich und zeitlich konstanten vertikalen Austauschkoeffizienten (CVM und VVM) eine Schrägstellung im gesamten Modellbecken auf (Abb. 7.1a). Die Neigung der Isoflächen verläuft dabei von SSO nach NNW. In der Nähe des Ost- beziehungsweise Westrands des Beckens sind die Flächen stärker nach oben respektive unten geneigt, was auf Auftrieb / Absinken von Wasser in diesen Gebieten schließen läßt. In dem Modell PPM mit räumlich und zeitlich variablen vertikalen Austauschkoeffizienten

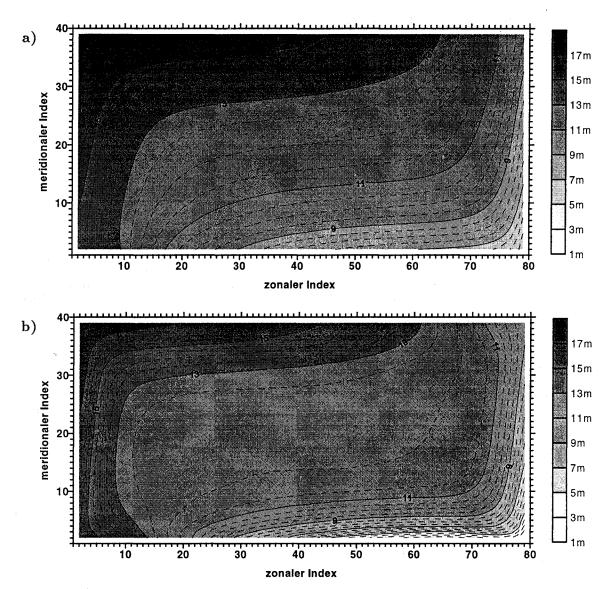


Abbildung 7.1: Räumliche Lage einer Isofläche, auf der 50% des Wassers aus Oberflächenwasser bestehen, nach 3 d (Isolinienabstand 0.5 m). a) CVM; b) PPM.

verlaufen die Isoflächen im Zentrum des Modellbeckens fast horizontal, die Neigung der Flächen in den dynamisch aktiven Randbereichen ist steiler (Abb. 7.1b).

In der Nordwestecke des Modellbeckens, wo große Mengen von Wasser absinken, befindet sich nach 3 Tagen die Isofläche, auf der 25 % des Wassers Oberflächenwasser ist, in allen untersuchten Modellen in 22 m Tiefe. In der Südostecke des Modellbeckens, wo der stärkste Auftrieb herrscht, ist die Obergrenze, bis an die Oberflächenwasser durch aufsteigendes Wasser aus tieferen Schichten gedrängt wird, in den einzelnen Modellen verschieden. Dafür kann es zwei Gründe geben: unterschiedlich große Vertikalgeschwindigkeiten (Advektion)

im Auftriebsgebiet oder die unterschiedliche Größe der vertikalen Austauschkoeffizienten (turbulente Vermischung). Die Untersuchung der Vertikalgeschwindigkeit im Auftriebsgebiet zeigt nur geringe Unterschiede zwischen den Modelläufen. Im Modell PPM ist die Vertikalgeschwindigkeit zwar etwas größer als in den anderen Modellen, dies ist jedoch keine ausreichende Erklärung für die unterschiedliche Verteilung des Oberflächenwassers im Auftriebsgebiet. Bezüglich des Einflusses der Austauschkoeffizienten kann man erwarten, daß der Anteil an Wasser aus tieferen Schichten in Oberflächennähe umso größer ist, je geringer die Vermischung in den oberen Schichten ist. Dies wird durch die Ergebnisse der Modelläufe nach 3 Tagen bestätigt. In dem Modell VVM betragen die vertikalen Austauschkoeffizienten in den oberen 12 m der Wassersäule für die Spurenstoffe 0.5 cm<sup>2</sup>/s. Im Auftriebsgebiet sind in 10 m Tiefe noch 25 % des Wassers Oberflächenwasser. Im Modell CVM ( $A_v = 0.25~{
m cm}^2/{
m s}$  für Spurenstoffe) liegt die Fläche, auf der  $25\,\%$  des Wassers Oberflächenwasser ist, im Bereich des Ostrands in 8 m Tiefe. Im Modell PPM finden sich auch in Küstennähe nur in den oberen 4–6 m der Wassersäule vertikale Austauschkoeffizienten, die deutlich über dem vorgegebene Minimalwert von 0.1 cm<sup>2</sup>/s für Spurenstoffe liegen. Hier findet man nur in den oberen 6 m der Wassersäule mehr als  $25\,\%$ Oberflächenwasser.

Bezogen auf die Lage der ursprünglichen Grenzfläche zwischen Oberflächenwasser und darunterliegendem Wasser in 13 m Tiefe liegt, wie Abbildung 7.1 zeigt, die Fläche, auf der das Wasser zu 50 % Oberflächenwasser ist, nach 3 Tagen für das Modell CVM (Abb. 7.1a) zu etwa 2/3 darunter und 1/3 darüber. Für das Modell PPM ist das Gebiet, in dem die Isofläche, auf der das Wasser zur Hälfte aus Oberflächenwasser ist, oberhalb der ursprünglichen Grenzfläche liegt, noch etwas kleiner (Abb. 7.1b). Der vertikale Bereich, über den sich eine bestimmte Isofläche erstreckt, ist nach 3 Tagen für das Modell PPM am größten und für das Modell VVM am geringsten. Demgegenüber ist die horizontale Ausdehnung der von Auftrieb beziehungsweise Absinken von Wasser betroffenen Gebiete im Modell PPM deutlich kleiner als im Modell VVM.

Nach 2 Tagen Windstille (d. h. nach insgesamt 5 d, am Ende der Modelläufe) hat sich die Schrägstellung der Isoflächen deutlich verringert. Ursache dafür ist der Rückstelleffekt nach dem Abschalten des Winds. Abbildung 7.2 zeigt, daß die Fläche, auf der 50 % des Wassers Oberflächenwasser ist, nun zwischen 8 m (VVM, PPM) beziehungsweise 10 m

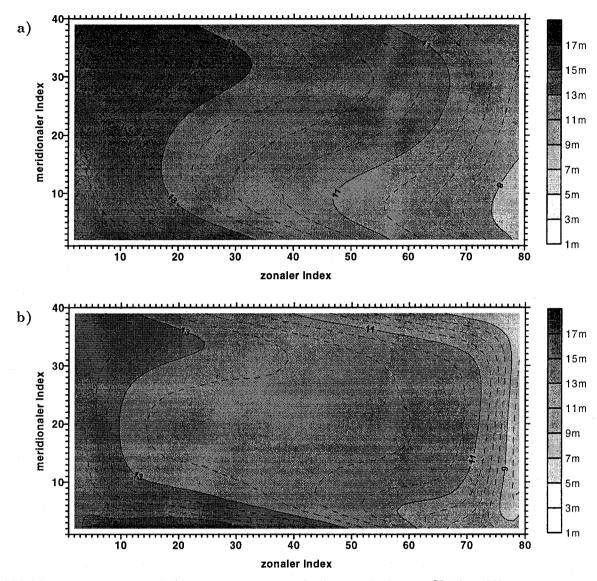


Abbildung 7.2: Räumliche Lage einer Isofläche, auf der 50 % des Wassers aus Oberflächenwasser bestehen, nach 5 d (Isolinienabstand 0.5 m). a) CVM; b) PPM.

(CVM) und ungefähr 16 m Tiefe liegt. Durch Kelvinwellen breitet sich das Auftriebsgebiet entlang des Nordrands aus, das absinkende Wasser wird entlang des Südrands transportiert. Dadurch verschiebt sich, wie Abbildung 7.2 zeigt, die Lage der Auftriebs- und "Absink"gebiete. Der Anteil an Oberflächenwasser oberhalb beziehungsweise unterhalb der ehemaligen Grenzfläche in 13 m Tiefe ist nach 5 Tagen fast genauso groß wie nach 3 Tagen. Daraus kann man schließen, daß sich das durch den Windstau in der Nordwestecke abgesunkene Wasser und das im gegenüberliegenden Modellgebiet aufgestiegene Wasser nach dem Abschalten des Winds zum größten Teil innerhalb der Tiefe, in der es sich zum Zeitpunkt des Abschaltens befindet, verteilt.

Zusammenfassend läßt sich festhalten, daß es bezüglich der Vermischung und Verteilung von Oberflächenwasser deutliche Unterschiede zwischen Modellen mit räumlich und zeitlich konstanten (CVM, VVM) und solchen mit räumlich und zeitlich variablen (PPM) Austauschkoeffizienten gibt. Im Fall räumlich konstanten vertikalen Austauschs kommt es zu einer Schrägstellung der Isoflächen von SSO nach NNW. Im Fall räumlich variablen vertikalen Austauschs findet man dagegen im Zentrum des Modellbeckens fast horizontal verlaufende Isoflächen. Die Isoflächen sind in diesem Fall nur in den dynamisch aktiven Zonen in Küstennähe geneigt und weisen dort stärkere Gradienten auf als im Fall räumlich konstanter Koeffizienten. Dieser Unterschied spiegelt die Tatsache wider, daß im Modell PPM der vertikale Austausch in der Beckenmitte sehr viel kleiner ist als an den Bekkenrändern. Nach dem Abschalten des Winds verringert sich der Tiefenbereich, über den sich die Isoflächen erstrecken, durch den Abbau des Druckgradienten um etwa 4-6 m. Durch Kelvinwellen kommt es zu Veränderungen in der Lage der küstennahen Extrema. Im übrigen bleiben die Unterschiede zwischen den Modellen auch nach 5 Tagen erhalten.

# 7.2 Die Ausbreitung bodennaher Wassermassen

Während der ersten 3 Tage der Modelläufe breitet sich das Bodenwasser in allen Modellen (CVM, VVM und PPM) relativ rasch in den darüberliegenden Schichten aus. Selbst in dem Modellbereich, in dem massiv Wasser absinkt, dringt nicht in nennenswertem Umfang Wasser aus Schichten oberhalb der ursprünglichen Abgrenzung des Bodenwassers in 26 m Tiefe in die bodennahen Schichten ein. Ein Grund hierfür ist, daß die bodennahen Modellschichten doppelt so dick (4 m) sind wie die darüberliegenden. Daher muß von oberhalb der ursprünglichen Grenzfläche eindringendes Wasser über ein viel größeres Volumen verteilt werden als Wasser, das von unten nach oben diffundiert oder, wie in dem Auftriebsgebiet in der Südostecke des Modellbeckens, durch dynamische Prozesse in höhere Schichten gelangt. Betrachtet man die räumliche Lage von Flächen, auf denen ein nennenswerter Prozentsatz des Wassers Bodenwasser ist, so durchschneiden diese höchstens 4 Modellschichten. So findet man nach 3 Tagen die Isofläche, auf der 50 % des Wassers Bodenwasser ist, in 20-26 m Tiefe (Abb. 7.3). Am Beispiel des in der Südostecke des Modellbeckens entstandenen Auftriebsgebiets läßt sich auch für das Bodenwasser die Ausbreitung durch Kelvinwellen verfolgen. Wie weit dadurch das Auftriebssignal nach 3 Tagen entlang des Ost- und Nordrands gelangt ist, zeigt Abbildung 7.3 für die verschiede-

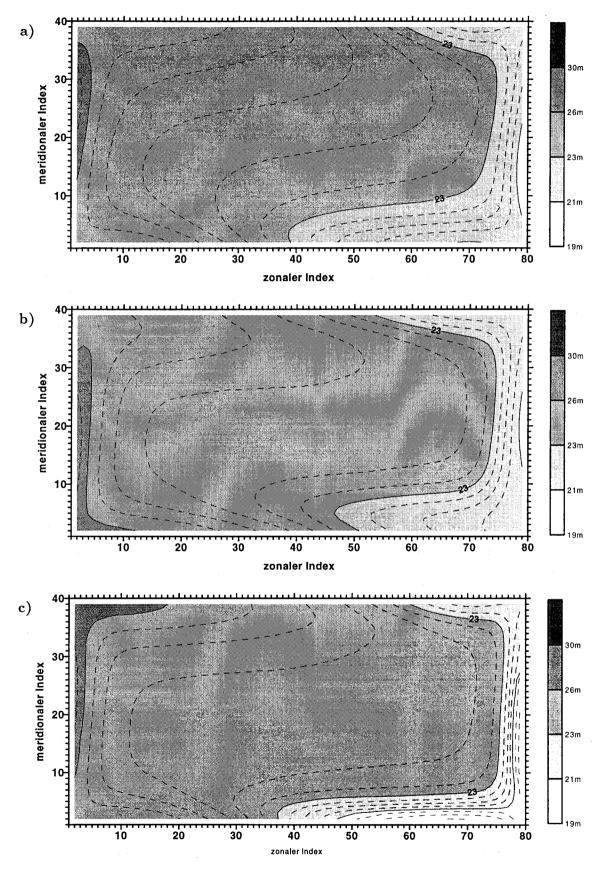


Abbildung 7.3: Räumliche Lage einer Isofläche, auf der  $50\,\%$  des Wassers aus Bodenwasser bestehen, nach 3 d (Isolinienabstand 0.5 m). a) CVM; b) PPM; c) VVM.

nen Modelle.

Vergleicht man die Modelle untereinander, so findet man im Modell CVM eine Schrägstellung der Isoflächen, wie sie schon für das Oberflächenwasser beschrieben wurde. In den Modellen VVM und PPM ähnelt sich die räumliche Lage der Isoflächen. Diese verlaufen außerhalb der dynamisch aktiven Randgebiete fast waagerecht. Am Westrand, wo Wasser absinkt, sind die Isoflächen leicht abwärts geneigt, während sie im Auftriebsgebiet am Ostrand stark nach oben knicken. Die starke Ähnlichkeit in der Verteilung des Bodenwassers in den Modellen VVM und PPM (vergleiche Abb. 7.3c und b) hängt mit der Größe der vertikalen Austauschkoeffizienten in den tieferen Modellschichten zusammen. Die Mindestgröße des vertikalen Austauschkoeffizienten im Modell PPM, die in großen Tiefen nicht nennenswert überschritten wird, stimmt für Tiefen unterhalb von 19 m mit dem Austauschkoeffizienten im Modell VVM überein. Die vorhandenen Unterschiede in der Lage der Bodenwasser-Isoflächen in den Modellen VVM und PPM lassen sich durch advektive Prozesse erklären. Im Modell VVM findet man während der ersten 3 Tage des Modellaufs im Auftriebsgebiet, gegenüber den im Modell PPM gemessenen, etwas größere Vertikalgeschwindigkeiten. Räumlich ist der Auftrieb in den tiefen Schichten des Modells VVM auf einen schmalen Küstenstreifen beschränkt, während er im Modell PPM in einem größeren Gebiet erfolgt (siehe Lage der 50 %-Bodenwasser Isofläche in Abb. 7.3c und b).

Ein Vergleich der Lage der Isofläche, auf der 50% des Wassers Bodenwasser ist, nach 3 beziehungsweise 5 Tagen zeigt die zeitliche Entwicklung während der windstillen Phase am Beispiel des Modells PPM. Betrachtet man die Tiefenlage der Isofläche nach 3 Tagen und am Ende des Modellaufs, so findet man am Ende in allen Modellen einen geringfügig größeren Teil der Isofläche oberhalb von 23 m Tiefe (vergleiche für Modell PPM Abb. 7.3b und Abb. 7.4). Nach 5 Tagen hat sich die Lage des Auftriebsgebiets und des Bereichs mit absinkendem Wasser weiter verändert. Durch Kelvinwellen wird das Auftriebssignal entgegen dem Uhrzeigersinn entlang der Küste bis in ein Gebiet transportiert, in dem ursprünglich Wasser absinkt. Ebenso gelangt das Signal absinkenden Wassers aus diesem Gebiet dorthin, wo ursprünglich Auftrieb herrscht. Dies führt dazu, daß sich entlang des Ost- und Westrands des Modellbeckens in der 50%—Bodenwasser Isofläche ein Rücken respektive Tal bildet, wobei die höchsten und tiefsten Punkte einige Kilometer vom Bekkenrand entfernt liegen (siehe Abb. 7.4).

Wie schon im Kapitel 5 gezeigt wurde, hängt die Geschwindigkeit der Kelvinwellen von der Tiefe der Dichtesprungschicht ab. Dort, wo sich die Sprungschicht in größerer Tiefe befindet, ist auch die Phasengeschwindigkeit der Wellen größer. Umgekehrt führt eine flachere Sprungschicht zu abnehmender Phasengeschwindigkeit (CLARKE 1977b). Beim Abschalten des Winds nach 3 Tagen entstehen in den Ecken des Modellbeckens Kelvinwellen, die aufgrund des lokalen BVF-Profils unterschiedliche Phasengeschwindigkeiten aufweisen. Daher sind die Küstenbereiche mit aufwärts beziehungsweise abwärts geneigten Isoflächen am Ende der Modelläufe fast gleich groß.

Man kann zusammenfassend festhalten, daß die Lage der oberflächennahen Isoflächen bei räumlich und zeitlich konstanten vertikalen Austauschkoeffizienten (CVM und VVM) wesentlich vom herrschenden Antrieb bestimmt ist. Ein eindeutig auf die Vermischung von Wasser zurückzuführender Effekt ist nur für das Modell mit räumlich und zeitlich variablen vertikalen Austauschkoeffizienten (PPM) nachzuweisen. Die Untersuchung der Ausbreitung des ursprünglichen Deckschichtwassers bestätigt dieses, sich schon in Kapitel 6 andeutende, Ergebnis. Im bodennahen Bereich findet hingegen neben den dynamisch bedingten Auslenkungen der Isoflächen auch Vermischung statt. Die 50%-Bodenwasser Isofläche erstreckt sich, trotz der Windabschaltung, nach 5 Tagen über einen größeren Tiefenbereich (zwischen 20 m und 27 m) als nach 3 Tagen (zwischen 21 m und 26 m), wie

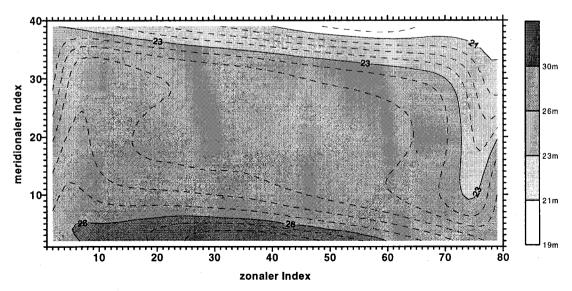


Abbildung 7.4: Räumliche Lage einer Isofläche, auf der 50 % des Wassers aus Bodenwasser bestehen, nach 5 d in Modell PPM (Isolinienabstand 0.5 m).

ein Vergleich der Abb. 7.3b und 7.4 für das Modell PPM zeigt. Der größte Effekt ist dabei in den dynamisch aktiven Gebieten an den Küsten zu beobachten.

# 8 Trägheitschwingungen und Trägheitswellen

Aus den linearen hydrostatischen Boussinesq-Gleichungen auf der f-Ebene lassen sich mit Hilfe analytischer Methoden Aussagen über die Antwort eines Kanalmodells auf einen küstenparallelen Wind herleiten (FENNEL 1989). Es kommt sofort nach dem plötzlichen Einsetzen des Windes innerhalb der Deckschicht zu Trägheitsschwingungen. Bei Trägheitsschwingungen handelt es sich um rein horizontale Wasserbewegungen, bei denen die Deckschicht scheibenartig mit der Trägheitsfrequenz rotiert. Betrachtet man einen Punkt mitten im Modell, so wird er nur kurze Zeit nach Einsetzen der Schwingungen vom schnellen barotrope Mode ( $\frac{1}{\lambda_0} \approx \sqrt{gH}$ ,  $\lambda$  Eigenwert) der Trägheitswellen erreicht. Dadurch kommt es auch unterhalb der Sprungschicht zu horizontalen, kreisförmigen Bewegungen des Wassers. Die Strömungen weisen an der Sprungschicht eine Phasendifferenz von  $\frac{\pi}{2}$  auf. Später erreichen die baroklinen Wellenfronten ( $\frac{1}{\lambda_n} \approx \frac{NH}{n\pi}$ , n Modezahl,  $\frac{1}{\lambda}$  Gruppengeschwindigkeit) nacheinander den betrachteten Punkt. Trägheitswellen sind dispersiv. Sie löschen schrittweise die modalen Anteile der Trägheitsschwingungen aus und es bleibt eine Bewegung mit einer Frequenz in der Nähe der Trägheitsfrequenz f, deren Phase sich vertikal nach oben fortpflanzt, und die algebraisch, gemäß  $1/\sqrt{t}$ , gedämpft wird.

Im folgenden soll, unter Berücksichtigung der durch die lineare analytische Theorie gewonnenen Erkenntnisse, das numerische Modell auf Trägheitswellen hin untersucht werden. Zur Untersuchung der Wellen werden aus den Modelldaten Zeitreihen mit einer Abtastrate von 20 Minuten erstellt. Die Vertikalstruktur von Trägheitswellen ist durch die Eigenfunktionen  $(\mathcal{Z}F_n(z) + \lambda_n^2 F_n(z) = 0$  mit  $\mathcal{Z} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z} \frac{1}{N^2(z)} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}$ , vergl. Kap. 4) und damit durch die vertikale Dichteverteilung bestimmt.

Im numerischen Modell erzeugt ein sprunghaft einsetzender Wind im gesamten Modellgebiet Trägheitsschwingungen in der Deckschicht. Aufgrund der Oberflächenrandbedingung ("rigid lid" → der barotrope Mode pflanzt sich mit unendlicher Geschwindigkeit fort) werden die Trägheitsschwingungen schon nach dem ersten Zeitschritt durch barotrope Trägheitswellen überlagert. Im Lauf der Zeit kommen mehr und mehr barokline Trägheitswellen hinzu, die an den Rändern des Modellbeckens erzeugt werden und senkrecht zur Küste in das Modellgebiet propagieren. Sie sind mit Vertikalbewegungen verbunden und lassen sich am besten durch die von ihnen hervorgerufenen Auslenkungen von Iso-

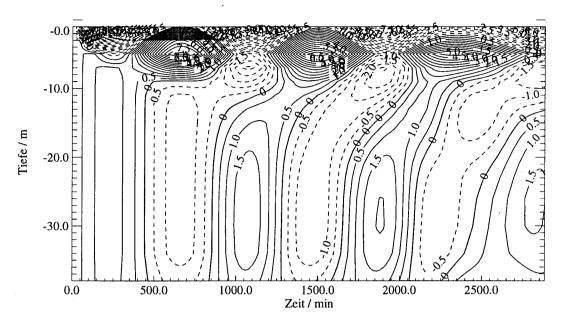


Abbildung 8.1: 48h–Zeitreihe der zonalen Geschwindigkeitskomponente (u) in der Beckenmitte ( $i = 40 \ j = 20 \stackrel{.}{=} 54^{\circ}14' N \ 11^{\circ}34' O$ ) für das Modell PPM ( $\nu_{\rm w} = 0$ ).

halinen oder Isothermen identifizieren. Die in diesem Kapitel betrachteten Modelläufe sind 48 h lang. Während dieser Zeit herrscht Ostwind (3-4 Bft) über dem gesamten Modellbecken, der zu Beginn der Modelläufe plötzlich eingeschaltet wird. Der horizontale Austauschkoeffizient für Impuls, Temperatur und Salzgehalt beträgt 10<sup>6</sup> cm<sup>2</sup>/s. Zunächst wird ein Modellauf mit räumlich und zeitlich variablen vertikalen Austauschkoeffizienten (PPM) untersucht. Die für die Berechnung der Koeffizienten gewählten Parameter können der Tabelle 1 in Kapitel 3 entnommen werden. Abbildung 8.1 zeigt eine 48h-Zeitreihe der zonalen Geschwindigkeitskomponente (u) im Zentrum des Modellbeckens bei 54°14'N 11°34′O. Die Trägheitsperiode für die genannte Breite  $(\tau_f)$  ist 14 h 45 min. Die im Modell zu beobachtenden Wellen haben eine Periode von 14 h 18 min. Das stimmt gut mit dem für  $au_f$  errechneten Wert überein, wenn man berücksichtigt, daß die Periode der Trägheitswellen auch von der Tiefe der Sprungschicht abhängt. Sie ist um so kleiner, je tiefer die Sprungschicht liegt. Auch die Auslenkung der Isothermen in Abbildung 8.2 und die räumliche Verteilung der Vertikalbewegungen im Modellbecken (Abb. 8.3) zeigen klar, daß es sich im Modell um Trägheitswellen handelt. Wie von der analytischen Theorie vorhergesagt, findet man zunächst, bis zum Zeitpunkt  $\approx 12 h 30 min$ , den barotropen Mode (Abb. 8.1). Bestimmt man die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Trägheitswellen aus den in Kapitel 4 ermittelten Eigenwerten, so erreicht der erste barokline Mode den betrachteten Punkt nach 11 h 42 min und der zweite nach 33 h 11 min (s. a. Tab. 3, Standardsprungschicht).

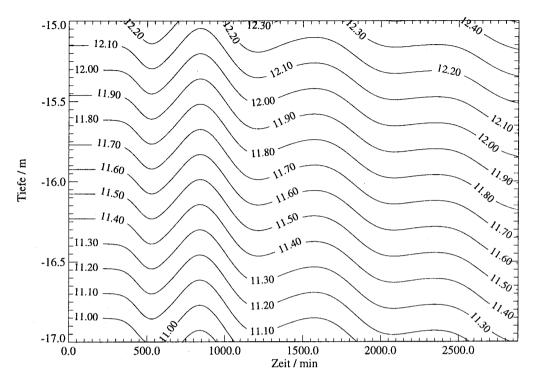


Abbildung 8.2: 48h-Zeitreihe der Temperatur zwischen 15 m und 17 m Tiefe nahe des Westrands ( $i = 10 \ j = 20 \ \hat{=} \ 54^{\circ}14' \ N \ 10^{\circ}34' \ O$ ) für das Modell PPM ( $\nu_{\rm W} = 0$ ).

Anzeichen hierfür lassen sich auch in der Zeitreihe für u erkennen (Abb. 8.1). Man erkennt nach ≈14 h 10 min beziehungsweise 34 h deutliche Veränderungen in der Vertikalstruktur. Eine genauere Übereinstimmung mit den aus den Eigenwerten berechneten Zeitspannen ist aus folgenden Gründen nicht zu erwarten:

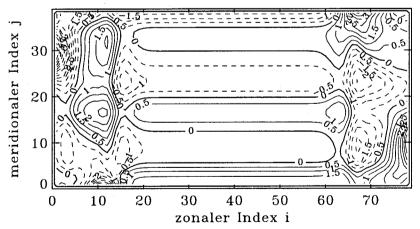


Abbildung 8.3: Räumliche Verteilung der vertikalen Geschwindigkeitskomponente (w) in 15 m Tiefe nach 12 h für das Modell PPM ( $\nu_{\rm W}=0$ ).

Legt man der Berechnung für die Ankunftszeit des ersten baroklinen Modes die in
 Abschnitt 4.3 aus den Modelldaten ermittelte Fortpflanzungsgeschwindigkeit

(0.63 cm/s) zugrunde, so dauert es mehr als 16 h 20 min, bis die Welle den betrachteten Punkt erreicht. Wie in dem im oben genannten Kapitel zitierten Artikel von HSIEH et al. 1983 dargelegt wird, kommt es durch die Form des numerischen Gitters im Zusammenhang mit dem Gitterpunktabstand des Modells zu einer Verlangsamung der im Modell zu beobachtenden Fortpflanzungsgeschwindigkeit gegenüber der theoretisch zu erwartenden.

Da das Modellbecken an allen vier Seiten durch senkrechte Wände abgeschlossen ist, kommt es nach einiger Zeit am betrachteten Punkt in der Beckenmitte zur Überlagerung von Wellen. Trägheitswellen, die am Nord- beziehungsweise Südrand des Beckens entstanden sind, erreichen nach ungefähr 11 h 42 min den "Meßpunkt". Die Trägheitswellen, die am Ost- und Westrand erzeugt wurden, treffen nach 23 h 23 min in der Beckenmitte ein (siehe auch Tabelle 3, Standardsprungschicht). Dies läßt sich auch in den Darstellungen der räumlichen Struktur der Vertikalgeschwindigkeit (w) erkennen (siehe Abb. 8.3, 8.4). Der horizontale Schnitt in einer Tiefe von 15 m (Abb. 8.3), wo w die größten Beträge aufweist, zeigt die beginnende Überlagerung (dargestellt ist die Situation 12 h nach dem Einsetzen des Windes) der an allen vier Wänden des Modellbeckens entstandenen Wellen.

Durch den, von der Küste weg gerichteten, Ekmantransport findet man am Südrand des Meridionalschnitts von w (Abb. 8.4a) aufsteigendes Wasser. Am Nordrand findet sich der entgegengesetzte Effekt (Ekmantransport zur Küste und absinkendes Wasser). In den Randbereichen werden die größten Vertikalgeschwindigkeiten oberhalb der Sprungschicht gefunden. Entlang der Schnitte in Abb. 8.4 erkennt man sich abwechselnde Bereiche mit aufsteigendem beziehungsweise absinkendem Wasser. Diese sind mit den durch das Becken propagierenden Trägheitswellen verknüpft. In den, sich im Laufe der Zeit durch das Becken bewegenden, Gebieten aufsteigenden und absinkenden Wassers findet man die größten Vertikalgeschwindigkeiten zwischen 10 m und 20 m Tiefe (Abb. 8.4b). Im Ozean kommt es durch brechende interne Wellen lokal zu turbulenter Vermischung. Diese wird im Modell durch die Austauschkoeffizienten berücksichtigt. Die durch Trägheitswellen im Bereich der Sprungschicht erzeugten Auf- und Abwärtsbewegungen sind im Modell nicht mit nennenswerten Transporten von Salz und Wärme verbunden. Das liegt an dem periodischen, durch die fortschreitenden Wellen bedingten Vorzeichenwechsel der vertikalen Geschwindigkeitskomponente. Dies gilt auch für alle im folgenden betrachteten Modelläu-

fe, obwohl die maximalen Beträge der Vertikalgeschwindigkeit unterschiedlich sind.

# 8.1 Modelläufe mit unterschiedlichen Schichtungsverhältnissen und vertikalen Austauschansätzen

Um Aussagen über den Einfluß von Schichtung und gewählten vertikalen Austauschkoeffizienten zu erhalten, werden neben den in Kapitel 3 aufgeführten Modelläufen weitere Fälle untersucht. Der Modellauf mit orts- und zeitabhängigen Koeffizienten (PPM) wird ergänzt durch zwei weitere Läufe, in denen die anfänglichen Vertikalprofile von Temperatur und Salzgehalt geändert werden (PPM\_tS, PPM\_h; s. Abb. 8.5). Zusätzlich zu dem Modellauf mit vorgegebenem Vertikalprofil der vertikalen Austauschkoeffizienten (VVM) wird ebenfalls ein Lauf mit verändertem TS-Profil untersucht (VVM\_tS). Außerdem wird ein Modellauf untersucht, in dem das Profil der vertikalen Austauschkoeffizienten dem sich im PPM-Standardmodell entwickelnden angenähert ist (VVM2).

Zunächst werden Modelläufe mit räumlich und zeitlich variablen Austauschkoeffizienten (PPM) verglichen: Der Ansatz eines verschwindenden Windmischungskoeffizienten  $\nu_{\rm W}$  ( $\nu_{\rm W}=0,\,{\rm s.}$  Tab. 1 in Kap. 3) für die oberste Modellschicht führt zu kleineren vertikalen Austauschkoeffizienten in dieser Schicht (für den Impuls 18 cm²/s gegenüber 50 cm²/s), hat aber nur minimale Auswirkungen auf die Trägheitswellen. Nur in der obersten, direkt betroffenen Modellschicht ist das Signal der Wellen bei Verwendung von  $\nu_{\rm W}\neq 0$  als Vorzeichenumkehr in der zonalen Geschwindigkeitskomponente u sichtbar (ohne Abb.). Die

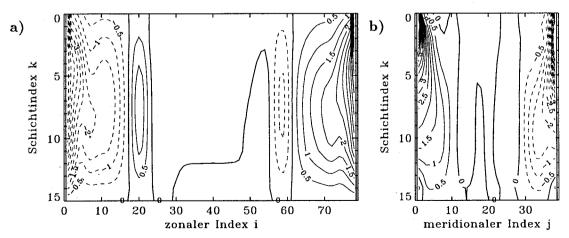


Abbildung 8.4: Schnitte der vertikalen Geschwindigkeitskomponente (w) nach 18 h im Modell PPM ( $\nu_{\rm W}=0$ ). a) meridional; b) zonal durch die Beckenmitte.

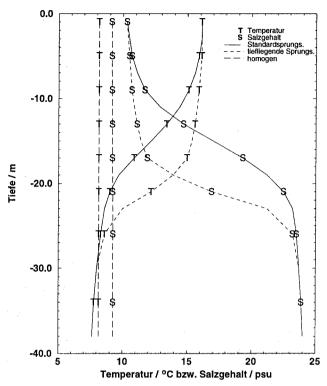


Abbildung 8.5: Temperatur- und Salzgehaltsprofile, wie sie in den verschiedenen in diesem Kapitel besprochenen Modellen verwendet werden. Standardsprungschicht: Modelläufe CVM; VVM, VVM2, PPM (sowie die in den vorangegangenen Kapiteln untersuchten Modelläufe); Tiefliegende Sprungschicht: PPM\_tS, VVM\_tS, VVM2\_tS; Homogen: PPM\_h.

Maximalgeschwindigkeit des Triftstroms verringert sich in diesem Fall um 1–2 cm/s. Im Testmodell mit anders gewählten Parametern  $\alpha$  und n (s. Tab. 1) findet man vertikale Austauschkoeffizienten, die über dem Minimalwert liegen, noch ein bis zwei Schichten tiefer als im Standardmodell. Dementsprechend vertieft sich auch die windgetriebene Oberflächenströmung und wird um 2–3 cm/s langsamer. Nach 18 h sind im Modell PPM die Temperaturdifferenzen innerhalb der oberen 10 m des Modellbeckens kleiner als  $0.5\,^{\circ}$ C, man kann also von einer durchmischten Deckschicht sprechen. Der Vorzeichenwechsel in der Vertikalstruktur der Trägheitswellen findet nun an der Oberkante der Sprungschicht statt. Die Wellenperiode ist in allen oben genannten Modelläufen nur um wenige Minuten voneinander abweichend. Ein Beispiel für die Phasenverschiebung von  $90^{\circ}$  ( $\frac{\pi}{2}$ ) zwischen den beiden horizontalen Geschwindigkeitskomponenten zeigt Abbildung 8.6a neben einem progressiven Vektordiagramm für ein Wasserteilchen in derselben Tiefe (Abb. 8.6b).

Im folgenden soll am Beispiel des PPM-Standardmodells der Einfluß der Dichteschichtung untersucht werden. Der Modellauf PPM\_tS (s. Abb. 8.5) weist gegenüber dem

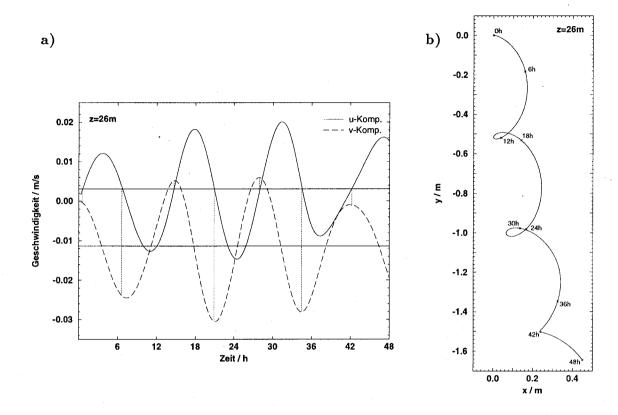


Abbildung 8.6: Modell PPM. a) Zeitreihe der horizontalen Geschwindigkeitskomponenten in der Beckenmitte in 26 m Tiefe;

b) Progressives Vektordiagramm für ein Teilchen das am selben Punkt startet.

Lauf PPM tieferreichende vom Minimum abweichende vertikale Austauschkoeffizienten und einen entsprechend tiefreichenden Triftstrom mit verlangsamter Strömungsgeschwindigkeit (nach 24 h bis zu 10 cm/s weniger in u) und ~ 2 m tiefer liegendem Vorzeichenwechsel im Vertikalprofil der Geschwindigkeitskomponenten auf. Die Trägheitswellen haben in diesem Modellauf eine deutlich geringere Periode ( $\tau \approx 13 \text{ h} 54 \text{ min gegenüber} \approx 14 \text{ h} 20 \text{ min}$  in PPM). Dieses, auf dem Vergleich von Zeitreihen der zonalen Geschwindigkeitskomponente in Modelläufen mit unterschiedlich tief liegender Sprungschicht beruhende, Ergebnis wird durch die Theorie bestätigt. Aus der Dispersionsgleichung für Trägheitswellen  $\omega^2 = \frac{k_h^2}{\lambda_n^2} + f^2 \text{ mit } k_h$  horizontale Wellenzahl erkennt man die Abhängigkeit der Periode der Trägheitswellen von der Schichtung ( $\tau \sim \lambda^2$ ). Für die Modelläufe mit Standardschichtung ist der erste Eigenwert  $\lambda_1 = 1.1323 \text{ s/m}$ , für diejenigen mit tieferliegender Sprungschicht (PPM-tS, VVM-tS) ist  $\lambda_1 = 1.0424 \text{ s/m}$ . Dies ist eine Erklärung für die verringerte Periode bei geänderter Schichtung. Schafft man ein Modell mit annährend homogenem Wasserkörper (PPM-h), so findet man einen nennenswerten vertikalen Austauschkoeffi-

	Standardschichtung			tiefliegende Sprungschicht			homogen		
		Laufzeit für			Laufzeit für			Laufzeit für	
		20	40		20	40		20	40
		Gitterpunkte			Gitterpunkte			Gitterpunkte	
	m/s	h:min	h:min	m/s	h:min	h:min	m/s	h:min	h:min
$\frac{1}{\lambda_1}$	0.80	11:42	23:23	0.96	10:43	21:26	0.11	93:32	187:04
$\frac{1}{\lambda_2}$	0.31	33:11	66:23	0.27	38:6	76:13	0.06	185:11	370:22
$\frac{1}{\lambda_3}$	0.20	51:27	102:53	0.17	60:31	121:53	0.04	277:47	514:27
$\frac{1}{\lambda_0}$	19.81	31min	62min	unabhängig von der Schichtung					

Tabelle 3: Laufzeiten der ersten Moden der Trägheitswellen bis zur Beckenmitte.

zienten bis in Tiefen von 15 m (gegenüber 5 m in PPM) mit Maximalwerten von bis zu  $46 \text{ cm}^2/\text{s}$  an der Oberfläche. Entsprechend kleiner sind die Extrema der horizontalen Geschwindigkeitskomponenten ausgeprägt. In diesem Modellauf bräuchte auch der schnellste barokline Mode etwa 4 Tage bis zum Mittelpunkt des Modellbeckens. Daher findet man eine rein barotrope Trägheitswelle mit einer Periode von 14 h 42 min, was fast der für diese Breiten berechneten Trägheitsperiode von 14 h 45 min entspricht. Das es sich um eine rein barotrope Welle handelt, kann man auch aus Darstellungen der Vertikalgeschwindigkeit erkennen. Nennenswerte Vertikalgeschwindigkeiten findet man nur in Küstennähe.

In den Modelläufen mit zeitlich konstanten vertikalen Austauschkoeffizienten (CVM. VVM) und Standardschichtung (s. Abb. 8.5) haben die Trägheitswellen wie im Modellauf PPM eine Periode von ungefähr  $14 \, h \, 20 \, \text{min}$ . Im Modell CVM ( $A_v$  auch räumlich konstant) kommt es zu starker Dämpfung der Wellen. Nach zwei Umläufen sind sie kaum noch zu erkennen, wie Abbildung 8.7 zeigt. Eindeutige Anzeichen für die Ausbreitung der Wellen im Raum lassen sich nur anhand zeitlich aufeinander folgender Vertikalschnitte der vertikalen Geschwindigkeitskomponente finden. Der Modellauf mit vorgegebenem Vertikalprofil der vertikalen Austauschkoeffizienten (VVM) zeigt einen großen Einfluß des  $A_v$ -Profils auf die Vertikalstruktur der Trägheitswellen. Eine tiefreichende, direkt durch den Wind angetriebene Oberflächenströmung überlagert die Wellen. Das Eintreffen der baroklinen Moden nach  $\sim 12 \, h$  beziehungsweise  $\sim 36 \, h$  läßt sich in diesem Modellauf nicht

erkennen (s. Abb. 8.8a). Die größten Vertikalgeschwindigkeiten im Zusammenhang mit den Auftriebsgebieten beziehungsweise absinkendem Wasser entlang der Küste finden sich hier im Bereich der Sprungschicht.

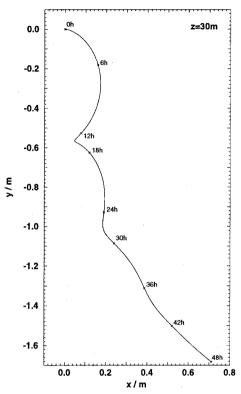


Abbildung 8.7: Progressives Vektordiagramm für ein Teilchen, das in der Beckenmitte in 30 m Tiefe in Modell CVM startet.

Eine Änderung des Vertikalprofils der Austauschkoeffizienten in Anlehnung an die Entwicklung der vertikalen Austauschkoeffizienten im Modellauf PPM führt zu grundsätzlich anderen Ergebnissen. In diesem Modellauf (VVM2) sind die vertikalen Austauschkoeffizienten folgendermaßen gewählt: für den Impuls 50 cm²/s in den beiden obersten Schichten, 25 cm²/s in der darunterliegenden und 1 cm²/s in den übrigen Schichten. Für Temperatur und Salzgehalt lauten die Koeffizienten entsprechend 0.50 cm²/s, 0.25 cm²/s und 0.1 cm²/s. Die Periode der Trägheitswellen liegt in diesem Modellauf mit  $\tau = 14\,\mathrm{h}\,06\,\mathrm{min}$  etwas unter der der anderen Modelle mit demselben vertikalen Dichteprofil. Die Vertikalstruktur der Wellen ähnelt mehr der im Modell PPM als der im Modell VVM mit schichtungsabhängig gewähltem  $A_v$ -Profil (vergleiche Abb. 8.1 und 8.8a, b). Das Eintreffen höherer Moden in der Beckenmitte wird in VVM2 nicht mehr vom Einfluß des  $A_v$ -Profils überlagert. Vertikalschnitte der meridionalen Geschwindigkeitskomponente weisen eine scharfe Abgrenzung (starke Gradienten) zwischen windgetriebener Oberflächenschicht

und tieferen Bereichen auf (dies läßt sich auch im Modell PPM finden). Die Extrema der Vertikalgeschwindigkeit haben dieselbe Größenordnung wie im Modell PPM, während sie im Modell VVM deutlich kleiner ausfallen.

Wie für den Modellauf PPM werden auch für VVM und VVM2 Läufe mit verändertem TS-Profil durchgeführt (VVM\_tS beziehungsweise VVM2\_tS). Für den Modellauf VVM2\_tS ist die Periode der Trägheitswellen (wie auch schon für VVM2) etwas kleiner als in den anderen Modelläufen mit derselben Schichtung (τ ≈ 13 h 48 min gegenüber 13 h 54 min). Die Vertikalstruktur der Wellen weist ähnliche Charakteristika auf wie in den entsprechenden Modelläufen mit Standardschichtung. Dabei sind die Unterschiede im Bereich der Deckschicht für VVM2\_tS und PPM\_tS geringer als für VVM2 und PPM, was auf die unterschiedliche Größe der Austauschkoeffizienten in der Deckschicht der Modelläufe PPM und PPM\_tS zurückgeführt werden kann. Auch in der horizontalen Verteilung der Extrema der Vertikalgeschwindigkeit sind die Ähnlichkeiten zwischen den Modellen mit tieferliegender Sprungschicht größer als zwischen den Modellen mit Standardschichtung.

#### Zusammenfassend lassen sich folgende Aussagen machen:

- Die Periode der beobachteten Trägheitswellen hängt wesentlich von der Temperaturund Salzgehaltsschichtung ab. Je stärker die Schichtung ist, umso kleiner ist die
  Periode. Dieses Ergebnis ist unabhängig von der Wahl des Schemas zur Berechnung
  der vertikalen Austauschkoeffizienten.
- Die Größe der vertikalen Austauschkoeffizienten bestimmt, wie stark die Trägheitswellen gedämpft werden. Je größer der vertikale Austausch ist, desto stärker werden die Wellen gedämpft. Dabei kann man in einer Reihe von CVM über VVM und VVM2 zu PPM fortschreitend von abnehmendem vertikalem Austausch sprechen.
- Höhere Moden können in den Zeitreihen der horizontalen Geschwindigkeitskomponente nur identifiziert werden, wenn der vertikale Austausch relativ klein ist. Die Identifikation höherer barokliner Moden ist umso schwieriger, je größer der vertikale Austausch ist.

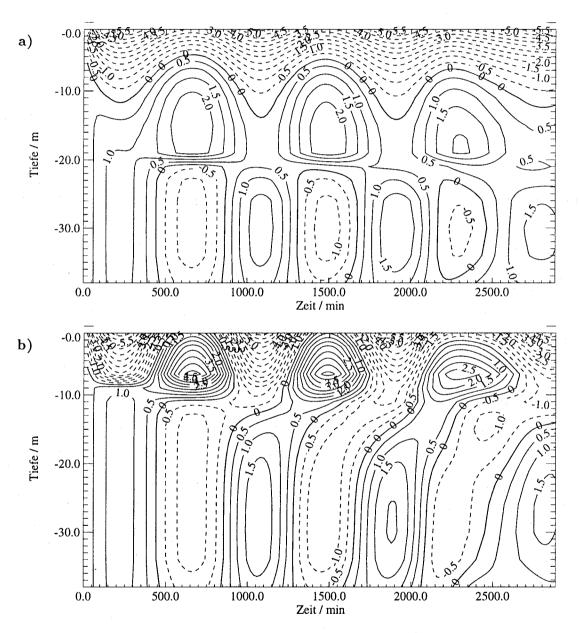


Abbildung 8.8: 48h-Zeitreihe der zonalen Geschwindigkeitskomponente an einer Station in der Beckenmitte (i=40, j=20). a) VVM; b) VVM2 (siehe Tab. 3).

# 9 Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit werden dynamische Reaktionen eines hochauflösenden, dreidimensionalen z-Koordinaten Modells mit gradlinigen horizontalen Koordinaten auf idealisierte Anregungen durch Wind untersucht. Im Vordergrund stehen dabei die Anpassungsprozesse an die herrschenden Windverhältnisse.

Im ersten Teil der Arbeit werden die numerischen Resultate mit analytischen Lösungen der linearisierten Boussinesq-Gleichungen verglichen. Führt man eine Zerlegung der Gleichungen nach vertikalen Eigenfunktionen durch, so lassen sich drei wesentliche Phänomene beschreiben:

- Eine sich an den parallel zur Windrichtung verlaufenden Berandungen entwickelnde Strömung, deren küstennormale Skala dem ersten baroklinen Rossby-Radius entspricht,
- Ekmantransport senkrecht zur Küste,
- Kelvinwellen und
- Trägheitswellen, deren Struktur durch die vertikalen Eigenfunktionen geprägt ist.

Diese Phänomene müssen im Prinzip auch im numerischen Modell auftreten. Um sie nachzuweisen wird eine rechteckige Beckenkonfiguration mit senkrechten Wänden und ebenem Boden gewählt. Der äußere Antrieb des Modells besteht in stark idealisierten Windfeldern. Der Wasserkörper im Modellbecken ist geschichtet. Eine scharfe Sprungschicht im oberen Drittel des Beckens trennt salzhaltiges Boden- von salzarmem Oberflächenwasser (Kap. 2.1). Die Auflösung des Modells wird so hoch gewählt, daß sich der aus der vorgegebenen Dichteschichtung bestimmte Rossby-Radius über mehrere Gitterpunkte erstreckt.

Ein wesentlicher dynamischer Bestandteil der windgetriebenen küstennahen Prozesse sind Kelvinwellen. Die vorliegende Untersuchung zeigt, daß der zum ersten Mode korrespondierende Rossby-Radius im Modell durch wenigstens 3 Gitterpunkte erfaßt werden muß, damit die Eigenschaften der Kelvinwellen nicht zu stark verfälscht werden. In Abhängigkeit von der Wassertiefe und der sich während des Modellaufs durch die windinduzierte Dynamik ändernden Dichteschichtung schwankt die Größe des Rossby-Radius, selbst bei

Modellen deren Temperatur- und Salzgehaltsverteilung zu Beginn horizontal homogen ist. Bei der in diesen Untersuchungen vorgegebenen sommerlichen Schichtung bedeutet eine Verringerung der Wassertiefe von 40 m auf 20 m eine Verringerung des Rossby-Radius um ~ 2.5 km. In einem sich durch Wind der Stärke 3-4 Bft entwickelnden Auftriebsgebiet verringert sich der Rossby-Radius um ~ 1 km in 4 Tagen. Dies muß bei der Konfiguration von Modellen beachtet werden, da bei schlechter Auflösung des Rossby-Radius die Fortpflanzungsgeschwindigkeit von Kelvinwellen im Modell stark unterschätzt wird (Kap. 4.1).

Die Variation der Fortpflanzungsgeschwindigkeit durch Änderungen der Deckschichttiefe und krummlinige Küsten, die durch Messungen und analytische Rechnungen nachgewiesen ist, wird vom Modell in befriedigender Weise wiedergegeben. Eine Verringerung der Deckschichttiefe oder Landvorsprünge führen zu einer Verringerung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit. Eine Vertiefung der Deckschicht oder Buchten führen zu einer Erhöhung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit (Kap. 5).

Der Vergleich verschiedener Schemata zur Bestimmung der vertikalen Austauschkoeffizienten zeigt, daß ein, zur Einsparung von Rechenzeit gewähltes, Schema horizontal und zeitlich konstanter vertikaler Austauschkoeffizienten (VVM) auch bei sorgfältiger Wahl der Koeffizienten in den einzelnen Modellschichten, zu starken Verfälschungen der Modellresultate führt und deshalb abzulehnen ist. Ein solches Schema zementiert (durch die unterschiedliche Größe der Koeffizienten unterhalb und oberhalb der Sprungschicht) die ursprüngliche Schichtung im Modell. Die Tiefe der windgetriebenen Schicht kann nicht größer werden als die Sprungschichttiefe. Das zeitlich unveränderliche Vertikalprofil der  $A_v$  beeinflußt in unrealistischer Weise die Entwicklung der BVF und damit Rossby-Radien und die Geschwindigkeit von Kelvinwellen (Kap. 5).

Bei der Verwendung eines, wie die Untersuchungsergebnisse zeigen zu bevorzugenden, Schemas mit räumlich und zeitlich variablen vertikalen Austauschkoeffizienten (PPM) muß man beachten, das  $A_v \sim \frac{1}{A_h}$  (Kap. 4.2). Damit ist die vom Modell produzierte Querskala küstennaher Prozesse, wie Randwellen und Strahlstöme, auch stark von der Größe der horizontalen Austauschkoeffizienten beeinflußt.

Allgemein läßt sich festhalten, daß im hochauflösenden Bereich jede Verringerung des ver-

tikalen Austauschs zu einer besseren Darstellung des Verhaltens von Kelvinwellen führt (Kap. 4).

Die vertikale Auflösung des Modells erlaubt im Zusammenhang mit der notwendigen Größe der Austauschkoeffizienten bei Vorhandensein einer für die Ostsee üblichen, scharfen Salzgehaltssprungschicht nur das Auftreten von 2–3 vertikalen Moden. Es wird gezeigt, daß die Berücksichtigung von 3–6 Moden theoretisch ausreichend ist, um bei einer Tiefe der winddurchmischten Schicht von bis zu 8 m Struktur und Verhalten der Kelvinwellen zu beschreiben. Daher ist auch die durch die Sprungschicht hervorgerufene Verfälschung der Vertikalstruktur höherer Moden im Modell ohne Bedeutung für die Ergebnisse (Kap. 4).

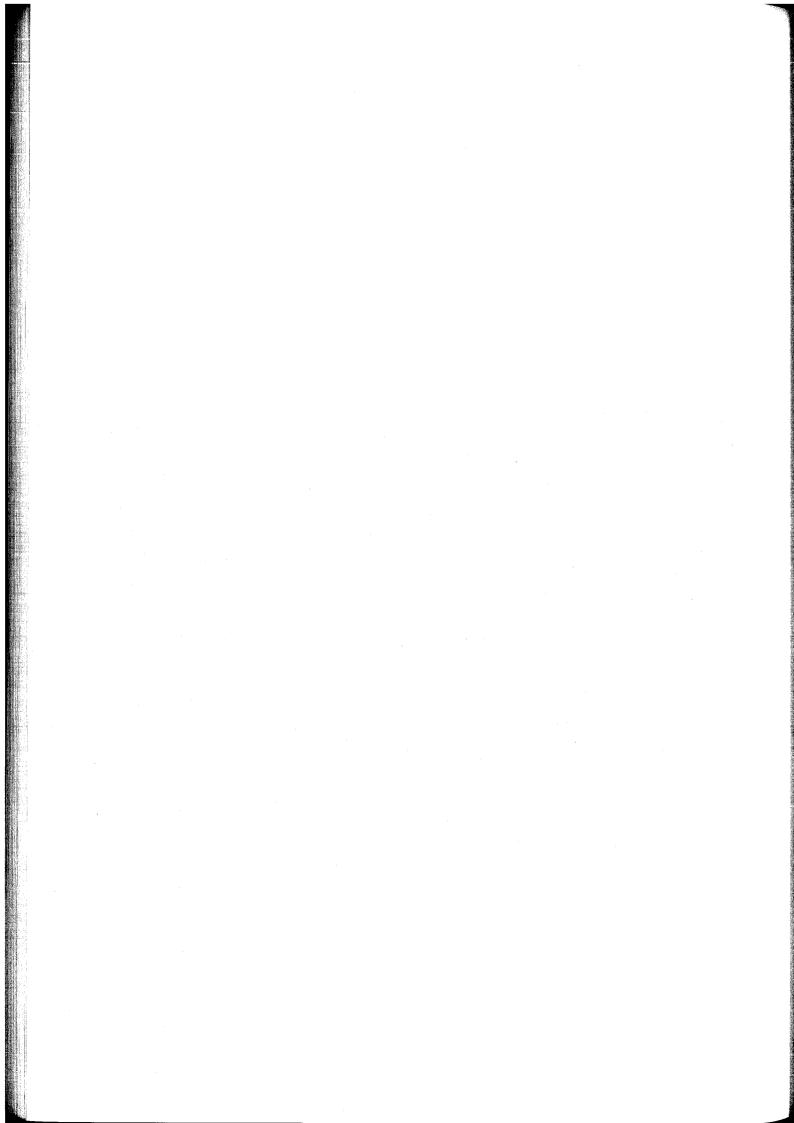
Im Modell läßt sich nur bei kleinen vertikalen Austauschkoeffizienten ein merklicher Einfluß des Winds auf die Vermischung feststellen. Dies zeigen Modelläufen mit PPM, in denen der Salzgehalt der Deckschicht bei Windstärken von 3–4 Bft gegenüber Windstille um ~ 130 % steigt, der des Bodenwassers um ~ 75 % (Kap. 6) sinkt. In den Läufen CVM und VVM ist die turbulente Vermischung geringer, da der Windeinfluß hauptsächlich eine Verlagerung der Sprungschicht bewirkt, die sich an die variablen Windverhältnisse rasch anpaßt. Es kann gezeigt werden, daß im Modell auch die mit Trägheitswellen verbundenen Vertikalbewegungen der Wasserteilchen nicht zu einer verstärkten Vermischung führen. Dies scheint vernünftig zu sein, da brechende hochfrequente interne Wellen im Modell bereits implizit in den Austauschkoeffizienten enthalten sind.

Bei der Untersuchung von Trägheitswellen im Modell wird gezeigt, daß ihre Periode von der Schichtung abhängt. Die Dämpfung der Trägheitswellen ist, außer vom reibungsunabhängigen Faktor  $1/\sqrt{t}$  (s. Kap. 8), vom vertikalen Austauschkoeffizienten und von der Modezahl abhängig. Der in den analytischen Überlegungen in Anhang B gewählte Ansatz für den vertikalen Austauschkoeffizienten  $A_v = a \cdot \frac{1}{N^2}$  (s. McCreary 1980) führt, wie die Gleichungen 14–16 zeigen, auf einen Dämpfungsterm der proportional zu  $n^2$  ist.

# Anhang

#### Danksagung

Diese Arbeit entstand in der Sektion physikalische Ozeanographie und Meßtechnik des Instituts für Ostseeforschung Warnemünde. Ich möchte Herrn Professor Dr. W. Fennel als Leiter der Arbeitsgruppe Modellierung danken, deren kreative und freundschaftliche Atmosphäre viel zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen hat. Nicht zuletzt danke ich meinen Kollegen, meiner Familie und meinen Freunden, die mich während der Entstehung dieser Arbeit in vielerlei Hinsicht unterstützt haben.



## $\mathbf{A}$

		Abkürzungen und Definitionen	
a	=	Erdradius	m
A	=	Austauschkoeffizient	$\mathrm{cm}^2/\mathrm{s}$
$A_h$	=	horizontaler Austauschkoeffizient	${ m cm^2/s}$
$A_{hm}$	=	horizontaler Impulsaustauschkoeffizient	$cm^2/s$
$A_{h\mathrm{Tr}}$	=	horizontaler Austauschkoeffizient für Tracer	$cm^2/s$
$A_v$	=	vertikaler Austauschkoeffizient	${ m cm^2/s}$
$A_{vm}$	=	vertikaler Impulsaustauschkoeffizient	$cm^2/s$
$A_{v\mathrm{Tr}}$	=	vertikaler Austauschkoeffizient für Tracer	$cm^2/s$
b	=	reduzierte Fallbeschleunigung	
BSH	=	Bundesamt für Seeschiffahrt und Hydrographie	
BVF		siehe N	$1/s^2$
BELT25	=	PPM-Modellauf des Übergangsgebiets zwischen	_
		Nord- und Ostsee, horizontal homogene T/S-	
		Initialisierungsfelder	
$c_{ exttt{D}}$	=	Reibungskoeffizient	
$c_{{\scriptscriptstyle \mathrm{D}}_b}$	=	Bodenreibungskoeffizient	
$c,c_p$	=	Phasengeschwindigkeit	m/s
CVM	=	Modelläufe mit räumlich und zeitlich konstanten	
		vertikalen Austauschkoeffizienten, die im gesamten	
		Modellgebiet gleich sind	
f	=	Coriolisparameter / Trägheitsfrequenz	1/s
"free	=	Randbedingung an lateralen Begrenzungen (eines	
slip"		numerischen Modells). Die Geschwindigkeitskom-	
		ponente senkrecht zum Rand ist Null.	

		Abkürzungen und Definitionen	
$F^{(\mu)}$	=	Turbulenzoperator in den Modellgleichungen	
$F_n(z)$	=	Lösungen (Eigenfunktionen) der vertikalen Eigen-	_
		wertgleichung	
FRONTm	=	PPM-Modellauf des Übergangsgebiets zwischen	
		Nord- und Ostsee, T/S-Initialisierungsfelder mit	
		Salzgehaltsfront, mit Windantrieb	
FRONTo	=	wie FRONTm, nur ohne Windantrieb	
g	=	Schwerebeschleunigung 9.81	$\mathrm{cm/s^2}$
GFDL-	=	seit 1969 (BRYAN) am General Fluid Dynamics	
Modell		Laboratory Princeton entwickeltes und betreutes	
		z-Koordinaten Modell	
$h_n,H_n$	=	äquivalente Tiefe	
H	=	Wassertiefe	m
$H_{ m mix}$	=	Tiefe der Deckschicht	m
IOW	=	Institut für Ostseeforschung Warnemünde	
$oldsymbol{i}$ .	=	zonale Gittervariable	
j	=	meridionale Gittervariable	
k	=	vertikale Gittervariable	·
k	=	zonale Wellenzahl	1/m
$k_n$	=	horizontale Wellenzahl	1/m
MICOM	=	von BLECK und BOUNDRA 1986 in Miami ent-	
		wickeltes, auf isopyknischen Koordinaten beruhen-	
		des Modell	
MOM	=	modulare Version des GFDL-Modells (siehe dort),	<del></del>
		seit 1991 (PACANOWSKI et al.) verfügbar	
n	=	Parameter im Schema von Pacanowski und Philan-	_
		der zur Berechnung vertikaler Austauschkoeffizien-	
		ten	

Abkürzungen und Definitionen			
n	=	Modezahl	
"no		Randbedingung an lateralen Begrenzungen. Die	
slip"		horizontalen Geschwindigkeitskomponenten sind	
		am Rand Null.	
N	=	Brunt Väisälä Frequenz	$1/s^2$
0	=	Größenordnung	
p	=	Druck	g/(cm s)
$p_s$	=	Druck bei z=0	g/(cm s)
$p_0$	=	mittlerer Druck	g/(cm s)
p'	=	Abweichung vom mittlerer Druck	g/(cm s)
Pendel-	· =	die Zeit, in der die Schwingungsebene eines Fou-	h
tag		caultschen Pendels auf einer gegebenen Breite einen	
		Vollkreis beschreibt	
POM	=	von Blumberg und Mellor 1978 in Princeton	
		entwickeltes $\sigma$ –Koordinaten Modell	
PPM	=	räumlich und zeitlich variable vertikale Aus-	
		tauschkoeffizienten. An jedem Gitterpunkt nach	
		einem Richardson-Zahl abhängigen Schema von	
		PACANOWSKI und PHILANDER (1981) berechnet.	
PPM_tS	=	s. PPM, Anfangsschichtung von Temperatur und	-
		Salzgehalt geändert.	
PPM_h	=	Modellauf PPM mit nahezu homogenem Wasser-	
-		körper.	
$R, R_n$	==	Rossby-Radius	m
Ri	=	Richardson-Zahl	
S	=	Salzgehalt	psu
SPEM	=	spektrales, auf den Primitiven Gleichungen beru-	_
		hendes $\sigma$ -Koordinaten Modell (HEDSTRÖM 1990,	
		HAIDVOGEL et al. 1991)	

		Abkürzungen und Definitionen	
SST	=	vom Satelliten gemessene Temperatur der oberen	°C
		Zentimeter des Ozeans	
t	=	Zeit	**************************************
T	=	Temperatur	$^{\circ}\mathrm{C}$
Tr	=	Tracer (Temperatur, Salzgehalt, Spurenstoffe)	_
${ m Tr}_{oldsymbol{\perp}}$	=	Ableitung in Normalenrichtung bezüglich des	_
		Randes	
u	=	zonale Geschwindigkeitskomponente	cm/s
		(positiv: nach Osten gerichtet)	
$U_a$	=	Windgeschwindigkeit	cm/s
v	=	meridionale Geschwindigkeitskomponente	cm/s
		(positiv: nach Norden gerichtet)	
$ec{v}_h$	=	horizontaler Geschwindigkeitsvektor $\vec{v}_h = (u, v)$	cm/s
VVM	=	Modelläufe mit räumlich und zeitlich konstanten	Autorities de la constitución de
		vertikalen Austauschkoeffizienten, die horizontal	
		homogen sind und ein vorgegebenes Vertikalprofil	
		aufweisen, das an die anfängliche TS-Schichtung	
		angepaßt ist.	
VVM2	=	s. VVM, Vertikalprofil der vertikalen Austauschko-	
		effizienten ähnlich dem sich in PPM-Modelläufen	
		entwickelnden.	
$VVM_tS$	= -	s. VVM, Anfangsschichtung von Temperatur und	
		Salzgehalt geändert.	
$VVM2_tS$	=	s. VVM2, Anfangsschichtung von Temperatur und	
		Salzgehalt wie für VVM_tS	
w	******	vertikale Geschwindigkeitskomponente	cm/s
		(positiv: nach oben gerichtet)	
WKB-	=	nach Wentzel, Kramers und Brillouin benannte	_
Methode		analytische Näherungsmethode	

		Abkürzungen und Definitionen	
WOM	=	Warnemünder Ostsee Modell (auf dem GFDL-	
		Code basierend)	
x	=	in zonale Richtung weisende kartesische Koordinate	
$\mathcal{X}$	=	zonaler Anteil äußerer Kräfte (Wind) in den hori-	—
		zontalen Bewegungsgleichungen	
$ \vec{\mathcal{X}} $	=	Vektor der äußeren Kräfte	
y	=	in meridionale Richtung weisende kartesische Ko-	_
		ordinate	•
$\mathcal{Y}$	=	meridionaler Anteil äußerer Kräfte (Wind) in den	_
-		horizontalen Bewegungsgleichungen	
z	=	in vertikale Richtung weisende kartesischen Koor-	_
		dinate	
$\alpha$	=	dimensionslose Größe, die die Effekte küstenparal-	
		leler und vertikaler Viskosität zusammenfaßt (im	
		Zusammenhang mit Eigenschaften von Kelvinwel-	
		len)	
$\alpha$	=	Parameter im Schema von Pacanowski und Philan-	_
		der zur Berechnung vertikaler Austauschkoeffizien-	
		ten	
$\Gamma(\mu)$	=	Advektionsoperator in den Modellgleichungen	- www.manure
δ	=	Einheits-Sprungfunktion (Kap. 2)	_
δ	=	Dirac-Stoßfunktion (Deltafunktion)	<del></del> `
Δ	=	Verhältnis von Gitterpunktabstand zum Rossby-	_
		Radius	
$\Delta x$	=	zonaler Gitterpunktabstand	
$\Delta z$	=	vertikaler Abstand zwischen Geschwindigkeits-	m
		bzw. Tracer-Punkten im Modell	
$\epsilon$	=	dimensionslose Größe, die den küstennormalen Ef-	
		fekt der horizontalen Viskosität beschreibt	

		Abkürzungen und Definitionen	
$\eta$	=	Oberflächenauslenkung	m
$\theta$		Einheits-Sprungfunktion	_
$\theta$	=	potentielle Temperatur	$^{\circ}\mathrm{C}$
λ	=	geographische Breite	
$\lambda, \lambda_n$	=	Eigenwert	s/m
$\mu$	=	Platzhalter (z.B. für $u, v, Tr$ in den Modellgleich-	_
		ungen )	
$\nu$	=	vertikaler Austauschkoeffizient im Schema von	$cm^2/s$
		Pacanowski und Philander zur Berechnung von $A_v$	
$ u_{\mathrm{W}} $	=	windbedingte Mindestgröße von $\nu$ in der obersten	$cm^2/s$
		Modellschicht	
$\nu_0$	=	maximaler Wert von $\nu$ bei kleiner Richardson–Zahl	$cm^2/s$
$ u_b$	=	Hintergrundswert (Minimum von $ u$ )	$cm^2/s$
$\tau$	=	Windschubspannung	$N/m^2$
$\mid  au$	=	Periode	s
$ au_b$	=	Bodenschubspannung	$N/m^2$
$ au_f$	=	Trägheitsperiode	s
$ au^{(x)}$	=	zonaler Anteil der Windschubspannung	$N/m^2$
$\tau^{(y)}$	=	meridionaler Anteil der Windschubspannung	$N/m^2$
$\phi$	=	geographische Länge	
$\rho$	=	Dichte	g/cm <sup>3</sup>
$ ho_a$	=	Dichte der Luft	g/cm <sup>3</sup>
ho''	=	potentielle Dichte	g/cm <sup>3</sup>
$ ho_0$	==	mittlere Dichte	$g/cm^3$
ho'	=	Abweichung von der mittleren Dichte	$g/cm^3$
$\omega$	=	Frequenz	1/s

Abkürzungen und Definitionen			
Ω		Winkelgeschwindigkeit der Erdrotation $7.29 \cdot 10^{-5}$	rad/s

## B Lösung der linearisierten Boussinesq-Gleichungen bei Berücksichtigung vertikaler Reibung

Den Ausgangspunkt für die folgenden analytischen Überlegungen bilden die linearisierten Boussinesq-Gleichungen:

$$\frac{\partial}{\partial t}u - fv + \frac{\partial}{\partial x}p = \frac{\partial}{\partial z}A_v \frac{\partial}{\partial z}u + \mathcal{X}$$
(1)

$$\frac{\partial}{\partial t}v + fu + \frac{\partial}{\partial y}p = \frac{\partial}{\partial z}A_v \frac{\partial}{\partial z}v + \mathcal{Y}$$
 (2)

$$\frac{\partial}{\partial z}p - b = 0 (hydrostatische Appr.) (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}b + N^2w = \frac{\partial^2}{\partial z^2}(A_v b) \tag{4}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}u + \frac{\partial}{\partial y}v + \frac{\partial}{\partial z}w = 0$$
 (Kontinuitätsgleichung), (5)

mit  $b=g\frac{\rho_0-\rho}{\rho_0}$  reduzierte Fallbeschleunigung,  $N^2=-\frac{g}{\rho_0}\frac{\partial}{\partial z}\rho_0$  Quadrat der Brunt-Väisälä-Frequenz.  $\mathcal X$  und  $\mathcal Y$  symbolisieren die antreibenden Volumenkräfte, z.B. Wind. Die Form des Ausdrucks für die vertikale Vermischung in der Massenerhaltungsgleichung wird gewählt, um eine Separation der Gleichungen in einen horizontalen und einen vertikalen Anteil zu ermöglichen und eine Entwicklung nach vertikalen Eigenmoden durchführen zu können (McCreary 1980). Umformen der Gleichung (3) nach b liefert  $b=p_z$ , einsetzen in (4) führt auf  $p_{zt}+N^2w=\frac{\partial}{\partial z}A_v\frac{\partial}{\partial z}p_z$  (Anmerkung zur Notation: tiefergestellte Indizes x,y,z,t bedeuten partielle Differentiation nach der entsprechenden Größe). Umstellen der Gleichung (4) nach w führt auf

$$w = \frac{1}{N^2} \frac{\partial}{\partial z} \left[ \left( \frac{\partial}{\partial z} A_v \frac{\partial}{\partial z} p \right) - p_t \right]. \tag{6}$$

Setzt man diesen Ausdruck für die Vertikalgeschwindigkeit in die Kontinuitätsgleichung ein, so erhält man als neues Gleichungssystem:

$$u_t - fv + p_x = (A_v u_z)_z + \mathcal{X} \tag{7}$$

$$v_t + fu + p_y = (A_v v_z)_z + \mathcal{Y}$$
 (8)

$$u_x + v_y = \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{N^2} \frac{\partial}{\partial z} \left[ p_t - \left( \frac{\partial}{\partial z} A_v \frac{\partial}{\partial z} p \right) \right]. \tag{9}$$

Um eindeutige Lösungen für diesen Satz von Gleichungen zu finden, müssen noch passende Randbedingungen gewählt werden. Gesucht werden Lösungen für einen halbunendlichen Ozean mit flachem Boden. Dann erhält man für die horizontalen Impulsgleichungen als Randbedingungen für die Oberfläche (aus der Oberflächenrb. für den Reynoldsstresstensor und der Def. von  $\vec{\mathcal{X}}$ ) und den Boden  $A_v \frac{\partial}{\partial z} u = 0$ ,  $A_v \frac{\partial}{\partial z} v = 0$ ; an seitlichen Berandungen gilt u = v = 0.

Für den Druck gilt an der Oberfläche  $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[p_z+\frac{N^2}{g}p\right]=0$  und am Boden  $p_{zt}=0.$ 

Wählt man  $A_v=a\cdot \frac{1}{N^2}$  (a konstant) für den vertikalen Vermischungskoeffizienten und definiert

 $\mathcal{Z} = \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{N^2} \frac{\partial}{\partial z}$ , so erhält man für die Gleichungen (7), (8) und (9)

$$u_t - fv + p_x = a\mathcal{Z}u + \mathcal{X} \tag{10}$$

$$v_t + fu + p_y = a\mathcal{Z}v + \mathcal{Y} \tag{11}$$

$$u_x + v_y = \mathcal{Z}p_t - a\mathcal{Z}^2p. (12)$$

Um die Gleichungen in einen horizontalen und einen vertikalen Teil zu separieren wird ein

Ansatz der Form  $u(x,y,z,t) = \sum_{n} u_n(x,y,t) F_n(z)$  $v(x,y,z,t) = \sum_{n} v_n(x,y,t) F_n(z)$ 

$$p(x, y, z, t) = \sum_{n} p_n(x, y, t) F_n(z)$$
 benutzt.

Setzt man zunächst a = 0 und berücksichtigt, daß  $u_n$ ,  $v_n$  und  $p_n$  nicht von z abhängen, so erhält man aus der Gleichung (12) die folgende Beziehung

$$\frac{u_{n,x} + v_{n,y}}{p_{n,t}} = \frac{\mathcal{Z}F_n}{F_n} = -\lambda_n^2.$$

 $\lambda_n^2$  bezeichnet man als Separationskonstante. Damit erhält man als vertikale Eigenwertgleichung

$$\frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{N^2} \frac{\partial}{\partial z} F_n = -\lambda_n^2 F_n . \tag{13}$$

Als Randbedingungen erhält man aus den Randbedingungen für den Druck sofort  $\frac{\partial}{\partial z}F_n(z)+\frac{N^2}{g}F_n(z)=0 \text{ für } z=0 \text{ und } \frac{\partial}{\partial z}F_n(z)=0 \text{ für } z=-H.$ 

Die Gleichung (13) bildet gemeinsam mit den zugehörigen Randbedingungen ein Sturm-Liouvillesches Eigenwertproblem. Es gibt nur abzählbar viele, reelle Eigenwerte  $\lambda_n$ . Zu ihnen gehören die Eigenfunktionen  $F_n(z)$ , die einen vollständigen, abzählbar unendlichen Satz von orthogonalen Funktionen bilden.

Der nächste Schritt besteht in einer Multiplikation der Gleichungen (10), (11) und (12) mit  $F_n$  und einer Integration über die Wassersäule  $\int_{-H}^0 dz$ .

Für die linke Seite der Gleichung (10) erhält man

$$\int_{-H}^{0} dz (u_{t} - fv + p_{x}) \cdot F_{n} = \int_{-H}^{0} dz F_{n} \sum_{m} (u_{m,t} - fv_{m} + p_{m,x}) F_{m}$$
$$= (u_{n,t} - fv_{n} + p_{n,x}) \int_{-H}^{0} dz F_{n}^{2},$$

da nach der Definition für ein Orthogonalsystem  $\int_z \mathrm{d}z F_n(z) F_m(z)$  nur für m=n einen von Null verschiedenen Beitrag liefert.

Die rechte Seite der Gleichung (10) liefert nach mehrmaliger partieller Integration und Einbeziehung der Randbedingungen

$$\int_{-H}^{0} dz \, a \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{N^2} \frac{\partial}{\partial z} u \cdot F_n(z) = \tau^{(x)} - a \lambda_n^2 u_n \int_{-H}^{0} dz F_n^2.$$

Die Umformung der Gleichung (11) erfolgt nach dem gleichen Schema.

Nun betrachten wir die rechte Seite der Gleichung (12)

$$-\int_{-H}^{0} dz F_{n} \frac{\partial}{\partial z} w = \int_{-H}^{0} dz F_{n} \cdot \left( \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{N^{2}} \frac{\partial}{\partial z} p_{t} - a \left( \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{N^{2}} \frac{\partial}{\partial z} \right)^{2} p \right).$$

Für diese erhält man nach partieller Integration

$$-\lambda_{n}^{2} \int_{-H}^{0} dz \, p_{t} F_{n} + a \lambda_{n}^{2} \left( \left[ \frac{1}{N^{2}} \underbrace{\frac{\partial}{\partial z} p} {\underbrace{\partial z} p} \cdot F_{n} \right]_{-H}^{0} - \left[ p \underbrace{\frac{1}{N^{2}} \frac{\partial}{\partial z} F_{n}} {\underbrace{\int_{-H}^{0} dz \, p} \underbrace{\frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{N^{2}} \frac{\partial}{\partial z}} F_{n}} \right]_{-H}^{0} \right)$$

$$+ \int_{-H}^{0} dz \, p \underbrace{\frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{N^{2}} \underbrace{\frac{\partial}{\partial z}} F_{n}}_{=\lambda^{2}} F_{n} \right).$$

Unter Berücksichtigung der Randbedingungen führt dies auf

$$\left(a\lambda_n^4 p_n + \lambda_n^2 p_{n,t}\right) \int_{-H}^0 \mathrm{d}z F_n^2.$$

Faßt man die vorangegangenen Berechnungen zusammen, so erhält man das Gleichungssystem in modaler Form

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + a\lambda_n^2\right)u_n - fv_n + p_{n,x} = \mathcal{X}_n \tag{14}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + a\lambda_n^2\right)v_n + fu_n + p_{n,y} = \mathcal{Y}_n \tag{15}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + a\lambda_n^2\right)\lambda_n^2 p_n + u_{n,x} + v_{n,y} = 0 \tag{16}$$

wobei 
$$\mathcal{X}_n = \frac{\tau^{(x)}}{\int_{-H}^0 \mathrm{d}z F_n}$$
 und  $\mathcal{Y}_n = \frac{\tau^{(y)}}{\int_{-H}^0 \mathrm{d}z F_n}$ .

Für diese Gleichungen soll zunächst eine Fouriertransformation nach der Zeit durchgeführt werden. Man betrachtet  $\tilde{F}(t)$ . Für t<0 ist  $\tilde{F}(t)=0$ . Also gilt für die Fouriertransformierte

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(\omega) e^{-i\omega t} d\omega = \begin{cases}
\tilde{F}(t) & \text{für } t \ge 0 \\
0 & \text{für } t < 0
\end{cases}$$

$$\sim f(\omega) = \int_{0}^{\infty} \tilde{F}(t) e^{i\omega t} dt$$
Ansatz:  $\tilde{F}(t) = F(t) e^{-\alpha t} \quad \alpha > 0, \ \alpha \in \mathbb{R}$  (17)

somit ist

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(\omega) e^{-(\alpha + i\omega)t} d\omega = \begin{cases} F(t) & \text{für } t > 0 \\ 0 & \text{für } t < 0 \end{cases}$$

$$\text{und } f(\omega) = \int_{0}^{\infty} F(t) e^{(i\omega - \alpha)t} dt.$$

Für  $\alpha$  wird die Dämpfungskonstante  $a_n = a\lambda_n^2$  eingesetzt. Damit folgt für die Geschwindigkeitsableitung (erster Term in Gleichung (14))

$$\tilde{F}(t) = \left(\frac{\partial}{\partial t} + a_n\right) u_n(x, y, t) 
f(\omega) = \int_0^\infty dt \, e^{i\omega t} \left(\frac{\partial}{\partial t} + a_n\right) u_n(x, y, t).$$

Wegen des Ansatzes (17) wird daraus nach einigen Umformungen

$$\int_0^\infty \mathrm{d}t \, e^{i\omega t} \left( \frac{\partial}{\partial t} + a_n \right) u_n e^{-a_n t} = \left[ e^{(i\omega - a_n)t} u_n \right]_0^\infty - \int_0^\infty \mathrm{d}t \frac{\partial}{\partial t} e^{(i\omega - a_n)t} u_n$$

Der erste Term  $\left[\left(e^{i\omega t}\cdot e^{-a_n t}\right)u_n\right]_0^\infty$  wird Null.

Der zweite Term  $-\int_0^\infty dt \frac{\partial}{\partial t} e^{(i\omega - a_n)t} u_n = -\int_0^\infty dt (i\omega - a_n) e^{(i\omega - a_n)t} u_n$  liefert mit  $\bar{\omega} = \omega + ia_n$  als Ergebnis der Transformation

$$-\int_0^\infty i\bar{\omega}e^{i\bar{\omega}t}u_n(x,y,t)dt = -i\bar{\omega}\int_0^\infty u_n(x,y,t)e^{i\bar{\omega}t}dt = -i\bar{\omega}u_n(x,y,\omega).$$

Die Transformation für v und p ist entsprechend vorzunehmen, dadurch erhält man folgende Gleichungen:

$$-i\bar{\omega}u_n(x,y,\omega) - fv_n(x,y,\omega) + p_{n,x}(x,y,\omega) = \mathcal{X}_n(x,y,\omega)$$
 (18)

$$-i\bar{\omega}v_n(x,y,\omega) + fu_n(x,y,\omega) + p_{n,y}(x,y,\omega) = \mathcal{Y}_n(x,y,\omega)$$
 (19)

$$-i\bar{\omega}p_n(x,y,\omega)\lambda_n^2 + u_{n,x}(x,y,\omega) + v_{n,y}(x,y,\omega) = 0.$$
 (20)

Für den äußeren Antrieb durch den Wind werden folgende Annahmen gemacht:

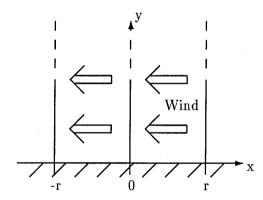
- $\mathcal{Y}_n = 0.$
- $\mathcal{X}_n$  sei zeitabhängig, so daß  $\mathcal{X}_n = \theta(t) \cdot \frac{u_*^2}{H_{\min}} \cdot \theta(z + H_{\min}) \cdot \mathcal{D}(x, y)$ , wobei  $\mathcal{D}(x, y)$  die Ortsabhängigkeit in der x, y-Ebene symbolisiert.

Die Fouriertransformierte der Sprungfunktion lautet (FENNEL und LASS 1989, S. 301)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \theta(t)e^{i\omega t}dt = \int_{0}^{\infty} \theta(t)e^{i\omega t}dt = \frac{i}{\omega + i\epsilon} \quad \epsilon \to +0.$$

$$\sim \mathcal{X}_{n}(\omega) = \frac{i}{\omega}\widetilde{\mathcal{X}}_{n} \quad \text{mit } \widetilde{\mathcal{X}}_{n} = \frac{u_{*}^{2}}{H_{\text{mix}}} \cdot \theta\left(z + H_{\text{mix}}\right) \cdot \mathcal{D}(x, y).$$

Im folgenden wird der Windantrieb bezüglich seiner räumlichen Ausdehnung spezifiziert. Wir betrachten einen küstenparallelen Wind, der in einem Streifen der Breite 2r wirkt.



D.h. die äußere antreibende Kraft wird durch folgende Gleichung vollständig beschrieben (FENNEL und LASS 1989):

$$\mathcal{X}_{n}(x, y, z, t) = \theta(t) \cdot \frac{u_{*}^{2}}{H_{\text{mix}}} \cdot \theta(z - H_{\text{mix}}) \cdot \theta(r - |x|).$$

$$\mathcal{X}_{n}(x, y, \omega) = \frac{i}{\omega} \tilde{\mathcal{X}}_{n} \cdot \theta(r - |x|)$$

Wie in den Modelluntersuchungen soll auch hier das Hauptaugenmerk auf den Modifikationen, die die küstenparallele Strömungskomponente durch vertikale Reibung erfährt, liegen. Daher wird hier nur für diese Komponente der vollständige Lösungsweg beschrieben. Eine ausführliche Darstellung der Lösung für das komplette Gleichungssystem findet man bei SATTLER 1996.

Im folgenden soll eine Gleichung für  $u_n(k,y,\omega)$  aus dem bezüglich der Zeit Fourier-transformierten Gleichungssystem (18), (19) (mit  $\mathcal{Y}_n=0$ ) und (20) hergeleitet werden. Ableitung der Gleichung (20) nach x und umformen nach  $-i\bar{\omega}p_{n,x}$  führt auf

$$-i\bar{\omega}p_{n,x} = -\frac{1}{\lambda_n^2} (u_{n,xx} + v_{n,xy}).$$
 (21)

Multipliziert man nun die Gleichung (18) mit  $(-i\bar{\omega})$  und setzt Gleichung (21) ein, so erhält man nach Umformung

$$-\bar{\omega}^2 u_n - \frac{1}{\lambda_n^2} u_{n,xx} = -i\bar{\omega} f v_n + \frac{1}{\lambda_n^2} v_{n,xy} - i\bar{\omega} \mathcal{X}_n.$$
 (22)

Der nächste Schritt besteht in einer Fouriertransformation der Gleichung (22) nach k. Aus der Transformation des Terms  $\frac{1}{\lambda_n^2}u_{n,xx}$  erhält man nach mehrmaliger partieller Integration und mit einer sinnvollen Annahme für  $u_n(k)$  bei  $\pm \infty, u_n \to 0$ 

$$\frac{1}{\lambda_n^2}u_{n,xx} = -\frac{k^2}{\lambda_n^2}u_n(k,y,\omega).$$

Die Transformation von  $\frac{1}{\lambda_n^2}v_{n,xy}$  liefert  $\frac{ik}{\lambda_n^2}v_{n,y}$ . Damit lautet die bezüglich t und x transformierte Gleichung (22)

$$-\bar{\omega}^2 u_n + \frac{k^2}{\lambda_n^2} u_n = -i\bar{\omega} f v_n + \frac{ik}{\lambda_n^2} v_{n,y} - i\bar{\omega} \mathcal{X}_n.$$

Die Multiplikation dieser Gleichung mit  $(-\lambda_n^2)$  und einige Umformungen ergeben die gesuchte Gleichung für  $u_n(k, y, \omega)$ .

$$u_n(k,y,\omega) = \frac{i\bar{\omega}}{(\bar{\omega}^2\lambda_n^2 - k^2)} \left[ \left( \lambda_n^2 f - \frac{k}{\bar{\omega}} \frac{\partial}{\partial y} \right) v_n(k,y,\omega) + \lambda_n^2 \mathcal{X}_n(k,y,\omega) \right].$$

Das System der entsprechend  $\mu(k,y,\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}x\int_{0}^{\infty}\mathrm{d}t\,e^{i\bar{\omega}t-ikx}\mu(x,y,t)$  Fourier-transformierten Gleichungen lautet

$$u_{n}(k,y,\omega) = \frac{i\bar{\omega}}{(\bar{\omega}^{2}\lambda_{n}^{2} - k^{2})} \left[ \left( \lambda_{n}^{2} f - \frac{k}{\bar{\omega}} \frac{\partial}{\partial y} \right) v_{n}(k,y,\omega) + \lambda_{n}^{2} \mathcal{X}_{n}(k,y,\omega) \right]$$

$$\left( \frac{\partial^{2}}{\partial y^{2}} + \alpha^{2} \right) v_{n}(k,y,\omega) = \left( f \lambda_{n}^{2} + \frac{k}{\bar{\omega}} \frac{\partial}{\partial y} \right) \tilde{\mathcal{X}}_{n}(k,y,\omega)$$

$$p_{n}(k,y,\omega) = \frac{ik}{(\bar{\omega}^{2}\lambda_{n}^{2} - k^{2})} \left[ \left( f - \frac{\bar{\omega}}{k} \frac{\partial}{\partial y} \right) v_{n}(k,y,\omega) + \mathcal{X}_{n}(k,y,\omega) \right].$$

$$\left( 24 \right)$$

$$+ \mathcal{X}_{n}(k,y,\omega) \right].$$

$$\left( 25 \right)$$

Im folgenden soll aus der Gleichung (24) für die v-Komponente eine Gleichung für die Greensche Funktion hergeleitet werden. Die Greensche Funktion wird für das gegebene Problem definiert gemäß

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \alpha^2\right) G(y, y') = \delta(y - y'). \tag{26}$$

Multiplikation dieser Gleichung mit  $v_n$  und der Gleichung (24) mit G(y, y') sowie subtrahieren der Gleichung (26) von Gleichung (24) führt auf

$$G(y,y')\frac{\partial^2}{\partial y^2}v_n - v_n\frac{\partial^2}{\partial y^2}G(y,y') = G(y,y')\left(f\lambda_n^2 + \frac{k}{\bar{\omega}}\frac{\partial}{\partial y}\right)\widetilde{\mathcal{X}}_n - v_n\delta(y-y').$$

Eine Integration dieser Gleichung über y liefert bei Berücksichtigung der Randbedingungen für  $v_n$   $(v_n(0) = 0, v_n(\infty) < \infty)$  und entsprechend für G(y, y') gewählten Randbedingungen  $(G(0, y') = 0 \text{ und } G(\infty, y') < \infty)$  als Lösung für  $v_n$ 

$$v_n(y) = \int_0^\infty dy' G(y', y) \left( f \lambda_n^2 + \frac{k}{\bar{\omega}} \frac{\partial}{\partial y'} \right) \mathcal{X}_n = f \lambda_n^2 G * \mathcal{X}_n + \frac{k}{\bar{\omega}} G * \mathcal{X}_{n, y'}.$$
 (27)

( $\int_0^\infty \mathrm{d}y G(y',y) \mathcal{X}_n(y) =: G * \mathcal{X}$  Faltungsintegral). Einsetzen und umformen liefert die entsprechenden Gleichungen für  $u(k,y,\omega)$  und  $p(k,y,\omega)$ .

$$u_{n}(k,y,\omega) = \frac{i}{(\bar{\omega}^{2}\lambda_{n}^{2} - k^{2})} \qquad \left[ \bar{\omega}\lambda_{n}^{2}\mathcal{X}_{n} + \bar{\omega}f^{2}\lambda_{n}^{4}G * \mathcal{X}_{n} + f\lambda_{n}^{2}kG * \mathcal{X}_{n,y'} \right.$$

$$-f\lambda_{n}^{2}k\frac{\partial}{\partial y}\left(G * \mathcal{X}_{n}\right) - \frac{k^{2}}{\bar{\omega}}\frac{\partial}{\partial y}\left(G * \mathcal{X}_{n,y'}\right) \right] \qquad (28)$$

$$p_{n}(k,y,\omega) = \frac{i}{(\bar{\omega}^{2}\lambda_{n}^{2} - k^{2})} \qquad \left[ k\mathcal{X}_{n}f^{2}\lambda_{n}^{2}kG * \mathcal{X}_{n} + f\frac{k^{2}}{\bar{\omega}}G * \mathcal{X}_{n,y'} \right.$$

$$-\bar{\omega}f\lambda_{n}^{2}\frac{\partial}{\partial y}\left(G * \mathcal{X}_{n}\right) - k\frac{\partial}{\partial y}\left(G * \mathcal{X}_{n,y'}\right) \right]. \qquad (29)$$

Im folgenden wird eine Lösung der Greenschen Funktion (26) gesucht. Für  $y \neq y'$  erhält man das homogene Problem  $\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \alpha^2\right) G(y, y') = 0$ .

- 1. für y < y' gilt als Randbedingung bei y = 0 G(0, y') = 0. Damit ergibt sich aus  $G(y, y') = Ae^{i\alpha y} + Be^{-i\alpha y}$ , daß A = -B sein muß und man erhält eine Funktion  $u^{(1)} = e^{i\alpha y} e^{-i\alpha y}$  als Lösung.
- 2. für y>y' gilt als Randbedingung bei  $y\to\infty$   $G(\infty,y')<\infty$  Damit ergibt sich aus  $G(y,y')=Ce^{i\alpha y}+De^{-i\alpha y}$ , daß C=0 sein muß und die Lösungsfunktion  $u^{(2)}=e^{i\alpha y}$ .

Mit  $u^{(1)}$  und  $u^{(2)}$  hat man zwei linear unabhängige Lösungen der homogenen Differential-gleichung. Dann kann man die Greensche Funktion folgendermaßen konstruieren: Für y < y' gilt  $G^{<}(y,y') = \frac{u^{(1)}(y)u^{(2)}(y')}{W}$  und für y > y' gilt  $G^{>}(y,y') = \frac{u^{(1)}(y')u^{(2)}(y)}{W}$ . Dabei ist  $W = u^{(1)}u_y^{(2)} - u_y^{(1)}u^{(2)}$  die Wronskische Determinante und G(y,y') ist definiert gemäß  $G(y,y') = \theta(y-y')G^{>}(y,y') + \theta(y'-y)G^{<}(y,y')$ .

Die Wronskische Determinante ergibt sich wie folgt:

$$W(y) = \left(e^{i\alpha y} - e^{-i\alpha y}\right) i\alpha e^{i\alpha y} - e^{i\alpha y} \left(i\alpha e^{i\alpha y} + i\alpha e^{-i\alpha y}\right) \qquad \Rightarrow W(0) = -2i\alpha.$$

Damit erhält man  $G^>(y,y')=\frac{e^{i\alpha(y-y')}-e^{i\alpha(y+y')}}{2i\alpha}$  und  $G^<(y,y')=\frac{e^{i\alpha(y'-y)}-e^{i\alpha(y+y')}}{2i\alpha}$ . Also ist  $G(y,y')=\frac{e^{i\alpha|y-y'|}-e^{i\alpha(y+y')}}{2i\alpha}$ .

Für den Wind gilt  $\mathcal{X}(x,y,t) = \frac{u_*^2}{H_{\text{mix}}}\theta(z+H_{\text{mix}})\theta(r-|x|)\theta(t) \Rightarrow \mathcal{X}_n(k,y,\omega) = \frac{i}{\omega}\frac{u_*^2}{H_n}\frac{2\sin kr}{k}$ . Da  $\mathcal{X}_n$  unabhängig von y ist, ergibt sich  $\mathcal{X}_{n,y'} = 0 \implies f\lambda_n^2kG * \mathcal{X}_{n,y'} = 0$  und  $-\frac{k}{\omega}\frac{\partial}{\partial y}\left(G*\mathcal{X}_{n,y'}\right) = 0$ . Damit erhält man aus Gleichung (28) für  $u_n$ 

$$\begin{split} u_n &= \frac{i}{\bar{\omega}^2 \lambda_n^2 - k^2} \bigg( \bar{\omega} \lambda_n^2 \frac{i}{\omega} \frac{u_*^2}{H_n} \frac{2 \sin kr}{k} &+ \bar{\omega} f^2 \lambda_n^4 \frac{i}{\omega} \frac{u_*^2}{H_n} \frac{2 \sin kr}{k} G * 1 \\ &- f \lambda_n^2 k \frac{i}{\omega} \frac{u_*^2}{H_n} \frac{2 \sin kr}{k} \frac{\partial}{\partial y} \left( G * 1 \right) \bigg). \end{split}$$

Nun wird die Faltung G \* 1 ausgeführt:

$$G * 1 = \int_0^y G^{>}(y, y') dy' + \int_y^\infty G^{<}(y, y') dy'.$$

Für das erste Integral auf der rechten Seite erhält man

$$\begin{split} \int_0^y G^> \mathrm{d}y' &= \frac{1}{2i\alpha} \int_0^y e^{i\alpha(y-y')} \mathrm{d}y' - \frac{1}{2i\alpha} \int_0^y e^{i\alpha(y+y')} \mathrm{d}y' \\ &= \frac{1}{2i\alpha} \left[ -\frac{1}{i\alpha} e^{i\alpha(y-y')} \right]_0^y - \frac{1}{2i\alpha} \left[ \frac{1}{i\alpha} e^{i\alpha(y+y')} \right]_0^y \\ &= \frac{1}{2\alpha^2} - \frac{1}{\alpha^2} e^{i\alpha y} + \frac{1}{2\alpha^2} e^{2i\alpha y}. \end{split}$$

Für das zweite Integral auf der rechten Seite erhält man

$$\begin{split} \int_{y}^{\infty} G^{\leq} \mathrm{d}y' &= \frac{1}{2i\alpha} \int_{y}^{\infty} e^{i\alpha(y'-y)} \mathrm{d}y' - \frac{1}{2i\alpha} \int_{y}^{\infty} e^{i\alpha(y+y')} \mathrm{d}y' \\ &= \frac{1}{2i\alpha} \left[ \frac{1}{i\alpha} e^{i\alpha(y'-y)} \right]_{y}^{\infty} - \frac{1}{2i\alpha} \left[ \frac{1}{i\alpha} e^{i\alpha(y+y')} \right]_{y}^{\infty} \\ &= \frac{1}{2\alpha^{2}} - \frac{1}{2\alpha^{2}} e^{2i\alpha y}. \end{split}$$

Damit ist  $G * 1 = \frac{1}{\alpha^2} (1 - e^{i\alpha y})$  und

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(G*1\right) = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\alpha^2}\left(1-e^{i\alpha y}\right)\right) = \frac{1}{\alpha^2}\frac{\partial}{\partial y}\left(1-e^{i\alpha y}\right) = -\frac{i}{\alpha}e^{i\alpha y}.$$

Die Lösung für  $u_n$  lautet daher

$$u_n = \frac{\lambda_n^2}{(\bar{\omega}^2 \lambda_n^2 - k^2)\omega} \frac{u_*^2}{H_n} \frac{2\sin kr}{k} \left( \bar{\omega} + \bar{\omega} f^2 \lambda_n^2 \frac{1}{\alpha^2} \left( 1 - e^{i\alpha y} \right) + fk \frac{i\alpha}{\alpha^2} e^{i\alpha y} \right).$$

Die Polstellen der Gleichung befinden sich bei  $\omega = 0$ ,  $\alpha^2 = 0$  und bei  $\bar{\omega}^2 \lambda_n^2 - k^2 = 0$   $\omega = -i \, a_n \pm \frac{k}{\lambda_n}$ .

Die Gleichung für  $u_n(k, y, \omega)$  weist also insgesamt 1 + 4n Polstellen auf:

$$\omega_n = -i \, a_n - \frac{k}{\lambda_n} \qquad \omega = 0$$

$$\omega_n = -i \, a_n - \sqrt{f^2 + \frac{k^2}{\lambda_n^2}} \qquad \omega_n = -i \, a_n + \sqrt{f^2 + \frac{k^2}{\lambda_n^2}}$$

Dabei läßt sich die Polstelle bei  $\omega=0$  mit dem Küstenstrahlstrom verbinden, während die bei  $\omega_n=-i\,a_n\pm\sqrt{f^2+\frac{k^2}{\lambda_n^2}}$  liegenden Polstellen mit Trägheitswellen verknüpft werden können. Die Polstellen bei  $\omega_n=\pm\frac{k}{\lambda_n}$  schließlich lassen sich mit Kelvinwellen verknüpfen. Für ein beliebiges Integral, das mit Ausnahme seiner Polstellen analytisch ist, gilt in der komplexen Ebene

$$\oint_{\mathbf{C}} f(z) = \begin{cases} 2\pi i \sum \mathcal{R}es & \text{wenn die Kurve in der oberen Halbebene} \\ & \text{geschlossen wird} \\ -2\pi i \sum \mathcal{R}es & \text{wenn die Kurve in der unteren Halbebene} \\ & \text{geschlossen wird} \end{cases}$$

Das Residuum ( $\mathcal{R}es$ ) für einen Pol n-ter Ordnung in  $\zeta$  ist definiert als  $\mathcal{R}es(f,\zeta)=a_{-1}=\frac{1}{(n-1)!}\lim_{z\to\zeta}\left[\frac{\mathrm{d}^{n-1}}{\mathrm{d}z^{n-1}}\left\{(z-\zeta)^n\,f(z)\right\}\right]$ . Wenn  $f(z)=\frac{F(z)}{Q(z)}$  ist, gilt für einen Pol 1. Ordnung vereinfacht  $\mathcal{R}es(f,\zeta)=\frac{F(\zeta)}{Q'(\zeta)}$ . Dabei ist Q(z) die Funktion der Polstelle und F(z) der "Rest" der vollständigen Funktion f(z).

Nun soll die Rücktransformation bezüglich der Zeit für die Gleichung für  $u_n(k, y, \omega)$  durchgeführt werden.

$$\begin{split} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2\pi} u_n(k,y,\omega) e^{-i\omega t} \mathrm{d}\omega &= -\frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{i\lambda_n^2}{\alpha^2 (\bar{\omega}^2 \lambda_n^2 - k^2) \omega} \frac{u_*^2}{H_n} \frac{2\sin kr}{k} \\ & \left[ \alpha^2 \bar{\omega}^2 + \frac{\bar{\omega}^2}{R_n^2} \left( 1 - e^{i\alpha y} \right) + fki\alpha e^{i\alpha y} \right] e^{-i\omega t} \mathrm{d}\omega = \sum \mathcal{R}es. \end{split}$$

Für die erste Polstelle  $\omega=0$  (d. h.  $\omega=\omega+i\epsilon,\ \epsilon\to +0$ ) erhält man  $Q'(\omega_0)=1,$   $\alpha^2=-\frac{1+R_n^2k^2+\lambda_n^2a_n^2R_n^2}{R_n^2}$  und  $\alpha=\pm\frac{i}{R_n}\sqrt{1+R_n^2k^2+\lambda_n^2a_n^2R_n^2}$ . Wegen der Randbedingung bei  $y\to\infty$  wählt man  $\alpha=\frac{i}{R_n}\sqrt{1+R_n^2k^2+\lambda_n^2a_n^2R_n^2}$ . Außerdem erhält man für  $\bar{\omega}=\omega+ia_n$  bei  $\omega=0$   $\bar{\omega}=ia_n$  und  $\bar{\omega}^2=-a_n^2$ .

$$\begin{split} \Rightarrow F(\omega_0) &= \frac{u_*^2}{H_n} \frac{2 \sin kr}{k} \left[ \frac{a_n \lambda_n^2 \left( R_n^2 k^2 + \lambda_n^2 a_n^2 R_n^2 \right)}{\left( 1 + R_n^2 k^2 + \lambda_n^2 a_n^2 R_n^2 \right) \left( a_n^2 \lambda_n^2 + k^2 \right)} \right. \\ &+ \frac{e^{-\frac{y}{R_n} \sqrt{1 + R_n^2 k^2 + \lambda_n^2 a_n^2 R_n^2}}}{\left( 1 + R_n^2 k^2 + \lambda_n^2 a_n^2 R_n^2 \right) \left( a_n^2 \lambda_n^2 + k^2 \right)} \left( a_n \lambda_n^2 - i \lambda_n k \sqrt{1 + R_n^2 k^2 + \lambda_n^2 a_n^2 R_n^2} \right) \right]. \end{split}$$

Als nächstes betrachten wir die Polstellen bei  $\bar{\omega} = \pm \frac{k}{\lambda_n} \iff \omega = -ia_n \pm \frac{k}{\lambda_n}$ . 1.  $\omega = -ia_n + \frac{k}{\lambda_n}$   $\sim \alpha^2 = \bar{\omega}^2 \lambda_n^2 - \lambda_n^2 f^2 - k^2 = -\frac{1}{R_n^2}$ .  $\alpha = \pm \frac{i}{R_n}$ , wegen der Randbedingung bei  $y \to \infty$ .  $\alpha = \frac{i}{R_n}$ .

Für  $Q'_{+}(\omega_0)$  ergibt sich aus  $Q(\omega) = \bar{\omega}^2 \lambda_n^2 - k^2 \longrightarrow Q'(\omega) = 2\omega \lambda_n^2 + 2ia_n \lambda_n^2$ ,  $Q'_{+}(\omega_0 = -ia_n + \frac{k}{\lambda_n}) = 2\lambda_n k$ .

Für  $F_+(\omega_0) = \frac{u_*^2}{H_n} \frac{2\sin kr}{k} \frac{i\lambda_n^2}{\alpha^2 \omega} \left[ \alpha^2 \bar{\omega} + \frac{\bar{\omega}}{R_n^2} \left( 1 - e^{i\alpha y} \right) + i\alpha f k e^{i\alpha y} \right]$  erhält man nach einigem umformen  $F_+(\omega_0) = -\frac{u_*^2}{H_n} \frac{2\sin kr}{k} \frac{2\lambda_n k}{i(-ia_n + \frac{k}{\lambda_n})} e^{-\frac{y}{R_n}}$ 

$$\Rightarrow \frac{F_{+}(\omega_{0})}{Q'_{+}(\omega_{0})} = \frac{u_{*}^{2}}{H_{n}} \frac{2\sin kr}{k} \frac{i\lambda_{n}}{k - ia_{n}\lambda_{n}} e^{-\frac{y}{R_{n}}}.$$

Der Term  $e^{-i\omega t}$  wird zu  $e^{-i(-ia+\frac{k}{\lambda_n})t}=e^{-(at+i\frac{kt}{\lambda_n})}.$ 

2. 
$$\omega = -ia_n - \frac{k}{\lambda_n}$$

$$\sim Q'_{-}(\omega_0 = -ia_n - \frac{k}{\lambda_n}) = -2k\lambda_n.$$

$$F_{-}(\omega_0) = \frac{u_*^2}{H_n} \frac{2\sin kr}{k} \left[ \frac{i\lambda_n^2(\omega + ia_n)}{\omega} + \frac{i\lambda_n^2(\omega + ia_n)}{\alpha^2\omega R_n^2} \left( 1 - e^{i\alpha y} \right) - \frac{\lambda_n k}{\alpha\omega R_n} e^{i\alpha y} \right] = 0$$

$$\Rightarrow \frac{F_{-}(\omega_0)}{Q'_{-}(\omega_0)} = 0.$$

Für die Polstelle bei  $\omega = -ia_n \pm \frac{k}{\lambda_n}$  erhält man also

$$\frac{F(\omega_0)}{Q'(\omega_0)} = \frac{i\lambda_n}{k - ia_n\lambda_n} \frac{u_*^2}{H_n} \frac{2\sin kr}{k} e^{-\frac{y}{R_n}}.$$

Damit ist

$$u_{n}(k, y, t) = \frac{u_{*}^{2}}{H_{n}} \frac{2 \sin kr}{k} \theta(t)$$

$$\left[ \frac{a_{n} \lambda_{n}^{2} (R_{n}^{2} k^{2} + \lambda_{n}^{2} a_{n}^{2} R_{n}^{2})}{(a_{n}^{2} \lambda_{n}^{2} + k^{2})(1 + R_{n}^{2} k^{2} + \lambda_{n}^{2} a_{n}^{2} R_{n}^{2})} + \frac{e^{-\frac{y}{R_{n}} \sqrt{1 + R_{n}^{2} k^{2} + \lambda_{n}^{2} a_{n}^{2} R_{n}^{2}}}}{(a_{n}^{2} \lambda_{n}^{2} + k^{2})(1 + R_{n}^{2} k^{2} + \lambda_{n}^{2} a_{n}^{2} R_{n}^{2})} \left( a_{n} \lambda_{n}^{2} - i \lambda_{n} k \sqrt{1 + R_{n}^{2} k^{2} + \lambda_{n}^{2} a_{n}^{2} R_{n}^{2}} \right) + \frac{i \lambda_{n}}{k - i a_{n} \lambda_{n}} e^{-\frac{y}{R_{n}}} e^{-\left(a_{n}t + i \frac{kt}{\lambda_{n}}\right)} + \mathcal{R}es(u_{n}, \alpha^{2} = 0).$$
(30)

Unter Vernachlässigung von  $\mathcal{R}es(\alpha^2)$  (Trägheitswellenpole) soll nun die Rücktransformation bezüglich k durchgeführt werden. Die Polstellen der Gleichung für  $u_n$  findet man bei k=0 und  $1+R_n^2k^2+\lambda_n^2a_n^2R_n^2=0 \implies k=\pm\frac{i}{R_n}\sqrt{1+\lambda_n^2a_n^2R_n^2}$  (das positive Vorzeichen gilt dabei für x>0, das negative für x<0). Zusätzliche Polstellen liegen bei  $k^2-a_n^2\lambda_n^2=0 \implies k=\sqrt{-a_n^2\lambda_n^2}=\pm ia_n\lambda_n$ .

Der erste Term in den eckigen Klammern (30) läßt sich umformen zu  $\frac{u_{\star}^2}{H_n} \frac{2\sin kr}{k} \frac{a_n \lambda_n^2 R_n^2}{\lambda_n^2 a_n^2 R_n^2 + 1 + R_n^2 k^2}.$ 

Das  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mathrm{d}k}{2\pi} \frac{2 \sin kr}{k} e^{ikx} = \theta(r-|x|)$  (siehe Fennel und Lass 1989, Anhang B23). Die Lösung des  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mathrm{d}k}{2\pi} \frac{a_n \lambda_n^2 R_n^2}{\lambda_n^2 a_n^2 R_n^2 + 1 + R_n^2 k^2} e^{ikx}$ , das einen Doppelpol bei  $k = \pm \frac{i}{R_n} \sqrt{1 + \lambda_n^2 a_n^2 R_n^2}$  aufweist, lautet  $\frac{a_n \lambda_n^2 R_n^2}{2R_n \sqrt{1 + \lambda_n^2 a_n^2 R_n^2}} e^{-\frac{|x|}{R_n} \sqrt{1 + \lambda_n^2 a_n^2 R_n^2}}$ . Mit Hilfe des Faltungssatzes erhält man daraus die Lösung für den ersten Term der Gleichung (30):

$$\begin{split} \frac{u_{*}^{2}}{H_{n}} & \left[ \frac{a_{n} \lambda_{n}^{2} R_{n}^{2}}{1 + \lambda_{n}^{2} a_{n}^{2} R_{n}^{2}} \theta(r - |x|) \right. \\ & \left. + \frac{a_{n} \lambda_{n}^{2} R_{n}^{2}}{2 \left( 1 + \lambda_{n}^{2} a_{n}^{2} R_{n}^{2} \right)} \left( \operatorname{sgn}(x - r) e^{-\frac{\sqrt{1 + \lambda_{n}^{2} a_{n}^{2} R_{n}^{2}}}{R_{n}} |x - r|} - \operatorname{sgn}(x + r) e^{-\frac{\sqrt{1 + \lambda_{n}^{2} a_{n}^{2} R_{n}^{2}}}{R_{n}} |x + r|} \right) \right], \end{split}$$

wobei die Vorzeichen-Funktion (Signum) definiert ist als  $sgn(a) = \begin{cases} 1 & a > 0 \\ 0 & a = 0 \\ -1 & a < 0 \end{cases}$ 

Der dritte Term in den eckigen Klammern (30) beschreibt den mit Kelvinwellen verknüpften Teil der Gleichung für die küstenparallele Geschwindigkeitskomponente. Er läßt sich schreiben als

$$\frac{u_*^2}{H_n} \frac{2\sin kr}{k} \frac{i\lambda_n}{k - i\lambda_n a_n} e^{-ik\frac{t}{\lambda_n}} e^{-a_n t} e^{-\frac{y}{R_n}}.$$

Mit  $\frac{2\sin kr}{k} = \frac{1}{ik} \left( e^{ikr} - e^{-ikr} \right)$  erhält man für das zu lösende Integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mathrm{d}k}{2\pi} \frac{1}{k} \frac{i\lambda_n}{k - i\lambda_n a_n} \left( e^{ik\left(x + r - \frac{t}{\lambda_n}\right)} - e^{ik\left(x - r - \frac{t}{\lambda_n}\right)} \right).$$

Die Polstelle bei k=0 wird durch die Annahme  $k=k-i\epsilon$   $(\epsilon \to 0)$  in die obere Halbebene verschoben. Mit Hilfe des Residuensatzes  $(Q'(k_0)=1,\ F(k_0)=\frac{i\lambda_n}{i\epsilon-i\lambda_n a_n}[e^{-\epsilon(x+r-t/\lambda_n)}-e^{-\epsilon(x-r-t/\lambda_n)}])$  erhält man für die erste Polstelle

$$\frac{1}{a_n} \left[ \theta(x - r - \frac{t}{\lambda_n}) - \theta(x + r - \frac{t}{\lambda_n}) \right].$$

Für die zweite Polstelle,  $k = ia_n \lambda_n$ , ergibt sich mit  $Q'(k_0) = 1$ 

und 
$$F(k_0) = \frac{i\lambda_n}{i\lambda_n a_n} \left[ e^{-\lambda_n a_n(x+r-t/\lambda_n)} - e^{-\lambda_n a_n(x-r-t/\lambda_n)} \right]$$

$$\frac{1}{a_n} \left[ \theta(x+r-\frac{t}{\lambda_n}) e^{-\lambda_n a_n(x+r-t/\lambda_n)} - \theta(x-r-\frac{t}{\lambda_n}) e^{-\lambda_n a_n(x-r-t/\lambda_n)} \right].$$

Die vollständige Lösung für den dritten Term der Gleichung (30) lautet somit

$$\begin{split} \frac{u_*^2}{H_n} e^{-\frac{y}{R_n}} \frac{1}{a_n} \bigg[ \theta(x+r-\frac{t}{\lambda_n}) \left( e^{-\lambda_n a_n(x+r)} - e^{-a_n t} \right) \\ + \theta(x-r-\frac{t}{\lambda_n}) \left( e^{-a_n t} - e^{-\lambda_n a_n(x-r)} \right) \bigg]. \end{split}$$

Der zweite Term der Gleichung (30) läßt sich umformen zu

$$\frac{u_{*}^{2}}{H_{n}} \frac{2 \sin kr}{k} \left[ \frac{a_{n} \lambda_{n}^{2} - ik \lambda_{n} \sqrt{\lambda_{n}^{2} a_{n}^{2} R_{n}^{2} + 1 + k^{2} R_{n}^{2}}}{a_{n}^{2} \lambda_{n}^{2} + k^{2}} - \frac{a_{n}^{2} \lambda_{n}^{2} R_{n}^{2}}{\lambda_{n}^{2} a_{n}^{2} R_{n}^{2} + 1 + k^{2} R_{n}^{2}} + \frac{ik \lambda_{n} R_{n}^{2}}{\sqrt{\lambda_{n}^{2} a_{n}^{2} R_{n}^{2} + 1 + k^{2} R_{n}^{2}}} \right] e^{-\sqrt{\lambda_{n}^{2} a_{n}^{2} R_{n}^{2} + 1 + k^{2} R_{n}^{2}}} (31)$$

Der erste Term in der eckigen Klammer besitzt Polstellen bei  $k = \pm i a_n \lambda_n$ .

Aus dem Residuensatz erhält man für den Pol in der oberen Halbebene als Lösung des  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mathrm{d}k}{2\pi} \frac{a_n \lambda_n^2 - ik\lambda_n \sqrt{\lambda_n^2 a_n^2 R_n^2 + 1 + k^2 R_n^2}}{a_n^2 \lambda_n^2 + k^2} e^{-\sqrt{\lambda_n^2 a_n^2 R_n^2 + 1 + k^2 R_n^2}} y/R_n e^{ikx} \quad \text{mit} \quad Q'(k_0) = 2ia_n \lambda_n \quad \text{und}$   $F(k_0) = 2ia_n \lambda_n^2 e^{-y/R_n} e^{-a_n \lambda_n x} \quad \frac{F}{Q'} = \lambda_n e^{-y/R_n} e^{-a_n \lambda_n x}. \quad \text{Für den Pol in der unteren Halbebene erhält man} \quad \frac{F}{Q'} = 0.$ 

Die Faltung ist definiert als  $f_1(x) * f_2(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}x' f_1(x') f_2(x-x')$ . Aus  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mathrm{d}k}{2\pi} \frac{2 \sin kr}{k} e^{ikx}$  erhält man  $f_1(x') = \theta(r - |x'|)$ ;  $f_2(x - x') = \lambda_n e^{-y/R_n} e^{-a_n \lambda_n(x-x')} \theta(x - x')$ . Das für den ersten Term in Gleichung (31) zu lösende Faltungsintegral lautet also  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mathrm{d}x'}{2\pi} e^{-a_n \lambda_n(x-x')} e^{-\frac{y}{R_n}} \theta(x-x') e^{-$ 

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx' e^{-a_n \lambda_n(x-x')} e^{-\frac{y}{R_n}} \theta(x-x') \theta(r-|x'|).$$

Durch partielle Integration und Anwendung der Produktregel erhält man daraus

$$e^{-\frac{y}{R_n}} \frac{1}{a_n} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} dx' e^{-a_n \lambda_n(x-x')} \theta \left( x' + r \right) \delta \left( x - x' \right) \right.$$

$$+ \int_{-\infty}^{\infty} dx' e^{-a_n \lambda_n(x-x')} \theta \left( x - x' \right) \delta \left( x' + r \right)$$

$$- \int_{-\infty}^{\infty} dx' e^{-a_n \lambda_n(x-x')} \theta \left( x' - r \right) \delta \left( x - x' \right)$$

$$- \int_{-\infty}^{\infty} dx' e^{-a_n \lambda_n(x-x')} \theta \left( x - x' \right) \delta \left( x' - r \right) \right].$$

Ausnutzung der Eigenschaften der  $\delta$ -Funktion ( $\int_{-\infty}^{\infty} dx f(x)\delta(x-a) = f(a)$ , FENNEL und LASS 1989 A5) führt auf die Lösung für den ersten Term in Gleichung (31).

$$\frac{u_*^2}{H_n} \frac{1}{a_n} e^{-\frac{y}{R_n}} \left( \theta\left(r - |x|\right) + e^{-a_n \lambda_n(x+r)} \theta\left(x+r\right) - e^{-a_n \lambda_n(x-r)} \theta\left(x-r\right) \right).$$

Das Integral über den zweiten Term in den eckigen Klammern in Gleichung (31) lautet  $-\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mathrm{d}k}{2\pi} \frac{a_n}{f^2(\lambda_n^2 a_n^2 R_n^2 + 1 + k^2 R_n^2)} e^{-\sqrt{\lambda_n^2 a_n^2 R_n^2 + 1 + k^2 R_n^2} y/R_n} e^{ikx}.$ 

Es besitzt in  $k=\pm\frac{i}{R_n}\sqrt{-\lambda_n^2a_n^2R_n^2-1}$  Verzweigungspunkte. Um zu einer eindeutigen Lösung zu gelangen sucht man nach einem möglichst ähnlichen Integral, dessen Lösung bekannt ist. In dem Tabellenwerk von Oberhettinger 1957 (S. 13) findet man  $\int_0^{infty}\mathrm{d}x(a^2-x^2)^{1/2}\,e^{-b(a^2+x^2)^{1/2}}\cos xy=K_0[a(b^2-y^2)^{1/2}].$  Integriert man den zweiten Term in Gleichung (31) über y und berücksichtigt, daß er eine gerade Funktion bildet, man sich also auf eine Fourierkosinustransformation beschränken kann, so erhält man nach einigem Umformen

$$-\frac{a_n}{\pi f^2} \int_y^\infty dy' \int_0^\infty dk \frac{1}{\sqrt{\frac{\lambda_n^2 a_n^2 R_n^2 + 1}{R_n^2} + k^2}} e^{-y'\sqrt{\frac{\lambda_n^2 a_n^2 R_n^2 + 1}{R_n^2} + k^2}} \cos kx$$

$$= -\frac{a_n}{\pi f^2} \int_y^\infty dy' K_0 \left[ \frac{1}{R_n} \sqrt{\lambda_n^2 a_n^2 R_n^2 + 1} \sqrt{y'^2 + x^2} \right],$$

die Lösung des Integrals. Man erhält durch Faltung, mit  $f_1(x') = \theta(r - |x'|)$  und  $f_2(x - x') = -\frac{a_n}{\pi f^2} \int_y^\infty \mathrm{d}y' K_0 \left[ \frac{1}{R_n} \sqrt{\lambda_n^2 a_n^2 R_n^2 + 1} \sqrt{y'^2 + (x - x')^2} \right]$ , die vollständige Lösung des zweiten Terms der Gleichung (31):

$$- \tfrac{a_n}{\pi f^2} \int_y^\infty \int_{-r}^r \mathrm{d} x' K_0 \left[ \tfrac{1}{R_n} \sqrt{\lambda_n^2 a_n^2 R_n^2 + 1} \sqrt{y'^2 + (x-x')^2} \right].$$

Der dritte Term in Gleichung (31) läßt sich umformen zu

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mathrm{d}k}{2\pi} \frac{1}{f\sqrt{\frac{\lambda_n^2 a_n^2 R_n^2 + 1}{R_n^2} + k^2}} e^{-\sqrt{\frac{\lambda_n^2 a_n^2 R_n^2 + 1}{R_n^2} + k^2} y} \left( e^{ik(x+r)} - e^{ik(x-r)} \right).$$

Vorgehend wie zur Lösung des zweiten Terms in Gleichung (31) erhält man

$$\frac{1}{\pi f} \left( K_0 \left[ \frac{1}{R_n} \sqrt{\lambda_n^2 a_n^2 R_n^2 + 1} \sqrt{y^2 + (x+r)^2} \right] - K_0 \left[ \frac{1}{R_n} \sqrt{\lambda_n^2 a_n^2 R_n^2 + 1} \sqrt{y^2 + (x-r)^2} \right] \right).$$

Nun läßt sich die, mit Ausnahme der Trägheitswellenpole vollständige, Gleichung für  $u_n(x,y,t)$  angeben:

$$u_{n} = \frac{u_{*}^{2}}{H_{n}} \left\{ \frac{a_{n}}{f^{2} + a_{n}} \left[ \theta\left(r - |x|\right) + \frac{1}{2} \left( \operatorname{sgn}\left(x - r\right) e^{-\frac{\sqrt{\lambda_{n}^{2} a_{n}^{2} R_{n}^{2} + 1}}{R_{n}}} |x - r| \right. \right. \\ \left. - \operatorname{sgn}\left(x + r\right) e^{-\frac{\sqrt{\lambda_{n}^{2} a_{n}^{2} R_{n}^{2} + 1}}{R_{n}}} |x + r| \right) \right] \\ \left. + \frac{a_{n}}{\pi f^{2}} \int_{y}^{\infty} dy' \int_{-r}^{r} dx' K_{0} \left[ \frac{1}{R_{n}} \sqrt{\lambda_{n}^{2} a_{n}^{2} R_{n}^{2} + 1} \sqrt{y^{2} + (x - x')^{2}} \right] \right. \\ \left. + \frac{1}{\pi f} \left( K_{0} \left[ \frac{1}{R_{n}} \sqrt{\lambda_{n}^{2} a_{n}^{2} R_{n}^{2} + 1} \sqrt{y^{2} + (x + r)^{2}} \right] \right. \\ \left. - K_{0} \left[ \frac{1}{R_{n}} \sqrt{\lambda_{n}^{2} a_{n}^{2} R_{n}^{2} + 1} \sqrt{y^{2} + (x - r)^{2}} \right] \right) \right. \\ \left. + e^{-\frac{y}{R_{n}}} \frac{1}{a_{n}} \left[ \theta\left(r - |x|\right) + e^{-a_{n}t} \left( \theta\left(x - r - \frac{t}{\lambda_{n}}\right) - \theta\left(x + r - \frac{t}{\lambda_{n}}\right) \right) \right. \\ \left. + e^{-a_{n}\lambda_{n}(x - r)} \left( \theta\left(x - r - \frac{t}{\lambda_{n}}\right) - \theta\left(x - r\right) \right) \right] \right\}. (32)$$

#### Literatur

- [1] C. Ambjörn. Application of numerical models as tools to minimize impact on the environment from different human activities. In proceedings of the 18th Conference of the Baltic Oceanographers, volume 1, 2. Conference of the Baltic Oceanographers, November 1992.
- [2] A. Beckmann and R. Döscher. A method for improved representation of dense water spreading over topography in geopotential-coordinate models. *Journal of Physical Oceanography*, 1996. submitted.
- [3] R. Bleck and D. B. Bouldra. Wind-driven spin-up in eddy resolving ocean models formulated in isopycnic and isobaric coordinates. *Journal of Geopysical Research*, 91:7611-7621, 1986.
- [4] R. Bleck, C. Rooth, D. Hu, and L. T. Smith. Salinity driven thermocline transients in a wind- and thermohaline forced isopycnic coordinate model of the North Atlantic.

  Journal of Physical Oceanography, 22:1486-1505, 1992.
- [5] A. F. Blumberg and G. L. Mellor. A discription of a three-dimensional coastal ocean circulation model. *Three-Dimensional Coastal Ocean Models*, 4:1-16, 1987.
- [6] K. H. Bock. Monatskarten des Salzgehaltes der Ostsee, dargestellt für verschiedene Tiefenhorizonte. Ergänzungsheft zur Deutschen Hydrographischen Zeitschrift, B (4°)(12):147 Seiten, 1971.
- [7] F. Bryan. Parameter sensitivity of primitive equation ocean general circulation models. *Journal of Physical Oceanography*, 17(7):970-985, July 1987.
- [8] K. Bryan. A numerical method for the study of the circulation of the world ocean.

  Journal of computational physics, 4:347-376, 1969.
- [9] A. J. Clarke. Observational and numerical evidence for wind-forced coastal trapped long waves. *Journal of Physical Oceanography*, 7(3):231-247, March 1977a.
- [10] A. J. Clarke. Wind-forced linear and nonlinear Kelvin waves along an irregular coastline. Journal of Fluid Mechanics, 83(2):337-348, 1977b.

- [11] M. D. Cox. A primitive equation, 3-dimensional model of the ocean. GFDL Ocean Group Technical Report 1, Geophysical Fluid Dynamics Laboratory / NOAA, Princeton University; Princeton, NY 08542, 1984.
- [12] M. K. Davey, W. Hsieh, and R. C. Wajsowicz. The free Kelvin wave with lateral and vertical viscosity. *Journal of Physical Oceanography*, 13(12):2182-2191, December 1983.
- [13] W. Fennel. Inertial waves and inertial oscillations in channels. Continental Shelf Research, 9(5):403-426, 1989.
- [14] W. Fennel and H.U. Lass. Analytical theory of forced oceanic waves. Akademie-Verlag Berlin, 1989.
- [15] W. Fennel and T. Seifert. Kelvin wave controlled upwelling in the western Baltic. Journal of Marine Systems, 6:289-300, 1995.
- [16] W. Fennel, T. Seifert, and B. Kayser. Rossby radii and phase speeds in the Baltic Sea. Continental Shelf Research, 11(1):23-36, 1991.
- [17] A. E. Gill and A. J. Clarke. Wind-induced upwelling, coastal currents and sea-level changes. *Deep Sea Research*, 21:325-345, 1974.
- [18] E. Goedecke, J. Smed, und G. Tomczak. Monatskarten des Salzgehalts der Nordsee, dargestellt für verschiedene Tiefenhorizonte. Ergänzungsheft zur Deutschen Hydrographischen Zeitschrift, B (4°)(9), 1967.
- [19] D. B. Haidvogel, J. L. Wilkin, and R. E. Young. A semi-spectral primitive equation ocean circulation model using vertical sigma and orthogonal curvilinear horizontal coordinates. *Journal of computational physics*, 94:151-185, 1991.
- [20] K. S. Hedström. Users manual for a semi-spectral primitive equation regional ocean circulation model. Version 3.0. Technical note fy90-2, Institute for Naval Oceanography, 1990.
- [21] W. Hsieh, M. K. Davey, and R. C. Wajsowicz. The free Kelvin wave in finite-difference numerical models. *Journal of Physical Oceanography*, 13(8):1383-1397, August 1983.

- [22] J. Kielmann. Grundlagen und Anwendung eines numerischen Modells der geschichteten Ostsee. Dissertation, Institut für Meeresforschung Kiel, 1981.
- [23] P. D. Killworth, D. Stanford, D. J. Webb, and S. M. Paterson. A free surface Bryan-Cox-Semtner model. Report 270, Deacon Laboratory, Institute of Oceanographic Sciences; Wormley, UK, 1989.
- [24] W. Krauss. The erosion of a thermocline. *Journal of Physical Oceanography*, 11(4):415-433, April 1981.
- [25] S. Krüger, K.-P. Wlost, und W. Roeder. Die neuen automatischen Meßstationen des IOW als Bestandteil des Stationären Umweltmeßnetzes Nord- und Ostsee. In O. Fiedler, Hrsg., Technik zur Nutzung und Erhaltung aquatischer Lebensräume: 3. Interdisziplinäres Kolloquium Der Ingenieur und seine Umwelt, 10.11.1994, S. 53-61. Universität Rostock, Fak. für Ingenieurwiss., Universität Rostock, Presse- und Informationsstelle, Wissenschaftspublizistik, 1995.
- [26] A. Lehmann. Ein dreidimensionales baroklines wirbelauflösendes Modell der Ostsee.

  Dissertation, Institut für Meeresforschung Kiel, 1992.
- [27] W. Lenz. Monatskarten der Temperatur der Ostsee, dargestellt für verschiedene Tiefenhorizonte. Ergänzungsheft zur Deutschen Hydrographischen Zeitschrift, B (4°)(11):148, 1971.
- [28] L. Magaard und G. Rheinheimer, editors. Meereskunde der Ostsee. Springer Verlag Berlin-Heidelberg, 1974.
- [29] W. Matthäus and H. Schinke. Mean atmospheric circulation patterns associated with major Baltic Inflows. Deutsche Hydrographische Zeitschrift, 46(4):321-339, 1994.
- [30] J. P. McCreary, Jr. Modelling wind-driven ocean circulation. Technical Report JIMAR80-0029, HIG-80-3, Hawaii Institute of Geophysics, December 1980.
- [31] G. L. Mellor. Users guide for a three-dimensional, primitive equation, numerical ocean model. Report: AOS program, Princeton University, Princeton, NJ 08540, 1993.
- [32] F. Mesinger and A. Arakawa. Numerical methods used in atmospheric models, volume 17, part 1 of GARP publications series. World Meteorological Organisation;

- International Council of Scientific Unions, August 1976.
- [33] P. Müller and J. Willebrand. Equations for oceanic motions, volume 3b: Ozeanographie, Hrsg. J. Sündermann aus der Reihe Landold-Börnstein: Zahlenwerte und Funktionen aus Naturwissenschaft und Technik, neue Serie, Gruppe V Geophysik und Weltraumforschung; Gesamtherausgabe K.-H. Hellwege, O. Madelung, S. 1-14. Springer Verlag Berlin, Heidelberg, 1989.
- [34] W. H. Munk and E. R. Anderson. Notes on a theory of the thermocline. *Journal of Marine Research*, 7, 1948.
- [35] F. Oberhettinger. Tabellen zur Fourier Transformation, volume XC aus der Reihe Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen mit besonderer Berücksichtigung der Anwendungsgebiete; Hrsg. R. Grammel, E. Hopf, H. Hopf F. K. Schmidt, B. L. van der Waerden. Springer-Verlag, Berlin Göttingen Heidelberg, 1957.
- [36] R. C. Pacanowski, K. Dixon, and A. Rosati. The GFDL modular ocean model users guide version 1.0. GFDL Ocean Group Technical Report 2, Geophysical Fluid Dynamics Laboratory / NOAA, Princeton University; Princeton, NY 08542, 1991.
- [37] R. C. Pacanowski and S. G. H. Philander. Parameterization of vertical mixing in numerical models of tropical oceans. *Journal of Physical Oceanography*, 11(11):1443– 1452, November 1981.
- [38] C. Sattler. Dynamische Prozesse in der Pommerschen Bucht. Dissertation, Institut für Ostseeforschung Warnemünde, 1996. in Vorbereitung.
- [39] N. Schneider and P. Müller. Sensitivity of the surface equatorial ocean to the parameterization of vertical mixing. *Journal of Physical Oceanography*, 24(7):1623-1640, July 1994.
- [40] T. Seifert and W. Fennel. Numerical experiments in the transition area between Baltic Sea and North Sea. In proceedings of the 19th Conference of the Baltic Oceanographers, volume 1, 2. Conference of the Baltic Oceanographers, August 1994.
- [41] A. J. Semtner. A general circulation model for the world ocean. Technical Report 8, UCLA Department of Meteorology, 1974.

- [42] T. J. Simons. Topographic and baroclinic circulations in the southwest Baltic. Berichte aus dem Institut für Meereskunde an der Universität Kiel 25, Institut für Meereskunde Kiel, Düsternbrooker Weg 20, Kiel, 1976.
- [43] G. Tomczak und E. Goedecke. Monatskarten der Temperatur der Nordsee, dargestellt für verschiedene Tiefenhorizonte. Ergänzungsheft zur Deutschen Hydrographischen Zeitschrift, B (4°)(7), 1962.
- [44] 10th report of the joint panel on oceanographic tables and standards. UNESCO Technical Papers in Marine Sciences 36, UNESCO, 1981.
- [45] R. C. Wajsowicz. Free planetary waves in finite-difference numerical models. *Journal of Physical Oceanography*, 16(4):773-789, April 1986.
- [46] R. C. Wajsowicz and A. E. Gill. Adjustment of the ocean under buoyancy forces. part i: The role of Kelvin waves. *Journal of Physical Oceanography*, 16(12):2097–2114, December 1986.

### Meereswissenschaftliche Berichte

#### MARINE SCIENCE REPORTS

1	(1990)	Postel, Lutz:
-	(,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,	Die Reaktion des Mesozooplanktons, speziell der Biomasse, auf küstennahen Auftrieb vor Westafrika (The mesozooplankton response to coastal upwelling off West Africa with particular regard to biomass)
2	(1990)	Nehring, Dietwart:
		Die hydrographisch-chemischen Bedingungen in der westlichen und zentralen Ostsee von 1979 bis 1988 – ein Vergleich (Hydrographic and chemical conditions in the western and central Baltic Sea from 1979 to 1988 – a comparison)
		Nehring, Dietwart; Matthäus, Wolfgang: Aktuelle Trends hydrographischer und chemischer Parameter in der Ostsee, 1958 – 1989 (Topical trends of hydrographic and chemical parameters in the Baltic Sea, 1958 – 1989)
3	(1990)	Zahn, Wolfgang:
		Zur numerischen Vorticityanalyse mesoskaler Strom- und Massen- felder im Ozean (On numerical vorticity analysis of mesoscale current and mass fields in the ocean)
4	(1992)	Lemke, Wolfram; Lange, Dieter; Endler, Rudolf (Eds.):
		Proceedings of the Second Marine Geological Conference – The Baltic, held in Rostock from October 21 to October 26, 1991
5	(1993)	Endler, Rudolf; Lackschewitz, Klas (Eds.):
		Cruise Report RV "Sonne" Cruise SO82, 1992
6	(1993)	Kulik, Dmitri A.; Harff, Jan: Physicochemical modeling of the Baltic Sea water-sediment column:
		I. Reference ion association models of normative seawater and of Baltic brackish waters at salinities 1–40 ‰, 1 bar total pressure and 0 to 30°C temperature
		(system Na-Mg-Ca-K-Sr-Li-Rb-Cl-S-C-Br-F-B-N-Si-P-H-O)
7	(1994)	Nehring, Dietwart; Matthäus, Wolfgang; Lass, Hans-Ulrich; Nausch, Günther:
Ω	(1995)	Hydrographisch-chemische Zustandseinschätzung der Ostsee 1993 Hagen, Eberhard; John, Hans-Christian:
•	(1000)	Hydrographische Schnitte im Ostrandstromsystem vor Portugal und Marokko 1991 - 1992
9	(1995)	Nehring, Dietwart; Matthäus, Wolfgang; Lass, Hans Ulrich; Nausch, Günther; Nagel, Klaus:
		Hydrographisch-chemische Zustandseinschätzung der Ostsee 1994
		Seifert, Torsten; Kayser, Bernd:
		A high resolution spherical grid topography of the Baltic Sea
10	(1995)	Schmidt, Martin:
		Analytical theory and numerical experiments to the forcing of flow at isolated topographic features
11	(1995)	Kaiser, Wolfgang; Nehring, Dietwart; Breuel, Günter; Wasmund, Norbert;
		Siegel, Herbert; Witt, Gesine; Kerstan, Eberhard; Sadkowiak, Birgit:  Zeitreihen hydrographischer, chemischer und biologischer Variablen an
		der Küstenstation Warnemünde (westliche Ostsee) Schneider, Bernd; Pohl, Christa:
		Spurenmetallkonzentrationen vor der Küste Mecklenburg-Vorpom- merns

<b>12</b> (1996)	Schinke, Holger:
	Zu den Ursachen von Salzwassereinbrüchen in die Ostsee
<b>13</b> (1996)	Meyer-Harms, Bettina:
	Ernährungsstrategie calanoider Copepoden in zwei unterschiedlich
	trophierten Seegebieten der Ostsee (Pommernbucht, Gotlandsee)
<b>14</b> (1996)	Reckermann, Marcus:
	Ultraphytoplankton and protozoan communities and their interactions
	in different marine pelagic ecosystems (Arabian Sea and Baltic Sea)
<b>15</b> (1996)	Kerstan, Eberhard:
	Untersuchung der Verteilungsmuster von Kohlenhydraten in der
	Ostsee unter Berücksichtigung produktionsbiologischer Meßgrößen
<b>16</b> (1996)	Nehring, Dietwart; Matthäus, Wolfgang; Lass, Hans Ulrich; Nausch,
	Günther; Nagel, Klaus:
	Hydrographisch-chemische Zustandseinschätzung der Ostsee 1995
<b>17</b> (1996)	Brosin, Hans-Jürgen:
	Zur Geschichte der Meeresforschung in der DDR
<b>18</b> (1996)	Kube, Jan:
	The ecology of macrozoobenthos and sea ducks in the Pomeranian
	Bay
<b>19</b> (1996)	Hagen, Eberhard (Editor):
	GOBEX - Summary Report
<b>20</b> (1996)	Harms, Andreas:
	Die bodennahe Trübezone der Mecklenburger Bucht unter besonderer
04 (4007)	Betrachtung der Stoffdynamik bei Schwermetallen
<b>21</b> (1997)	Zülicke, Christoph; Hagen, Eberhard:
00 (4007)	GOBEX Report - Hydrographic Data at IOW
<b>22</b> (1997)	Lindow, Helma:
	Experimentelle Simulationen windangeregter dynamischer Muster in
	hochauflösenden numerischen Modellen